

明瞭測定による確率的量子テレポーテーション

発表者 銘苅 大悟
指導教員 賀数 清孝

量子情報の分野における基本的な理論に、「量子テレポーテーション理論」がある。量子テレポーテーションとは、「量子もつれ合い状態」という量子力学特有の性質と、古典通信システム（例えば電話や **FAX**、メールなど）を使って量子状態を遠方へと伝達する方法である。

例えば送信者（アリス）が以下のような量子状態を受信者（ボブ）へ送りたい場合を考える。

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

このとき、量子テレポーテーションの手順を簡単にまとめると次のようになる。

1. アリスによる量子測定の実行
2. アリスは古典通信システムにより測定結果をボブに伝達
3. ボブは測定結果に従ってユニタリー変換を実行

つまり量子テレポーテーションによって行われる操作は、基本的に量子測定・古典通信・ユニタリー変換の3つだけである。

さて、今回は以下の3種類の量子テレポーテーションにスポットを当てる。

- 完全な量子テレポーテーション
- 不完全な量子テレポーテーション
- 確率的量子テレポーテーション

それぞれの違いは量子状態の転送率である。「完全な量子テレポーテーション」では、送りたい量子状態がそのままの完全な形でボブへと伝達されることになるが、「不完全な量子テレポーテーション」ではボブの得る量子状態はアリスの送りたい状態そのものにはならない。また、確率的に量子状態の完全な転送を行える手順が「確率的量子テレポーテーション」となる。

量子テレポーテーションの転送精度を決定するのは、テレポーテーションで使用する「量子もつれ合い状態」の大きさである。それは以下の式で決定される（「**entropy of entanglement**」と呼ばれる）。

$$E(|\Psi^{AB}\rangle) = -\text{Tr}[\hat{\rho}^A \log \hat{\rho}^A]$$

$$\left(\text{ただし } \hat{\rho}^A = \text{Tr}_B[\hat{\rho}_{AB}], \hat{\rho}^{AB} = |\Psi^{AB}\rangle\langle\Psi^{AB}| \right)$$

上式の最大値を実現するような量子もつれ合い状態を使用すると、量子状態の完全な転送、すなわち「完全な量子テレポーテーション」が行える。それ以外の場合、つまり最大値以外の値を取るような量子もつれ合い状態を使用する量子テレポーテーションが、「不完全な量子テレポーテーション」および「確率的量子テレポーテーション」となるのである。

不完全、確率的のふたつの量子テレポーテーションの違いは、量子テレポーテーションの過程においてアリスにより実行される量子測定にある。不完全な量子テレポーテーションでは完全な量子テレポーテーション同様、実行する量子測定として「ベル測定」を採用する。ベル測定とは、自分の保持する量子状態が、ベル状態と呼ばれる以下の4つの量子状態のうちのいずれであるかを判別するような測定である。

$$|\Phi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle + |1,1\rangle), \quad |\Phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0\rangle - |1,1\rangle) \\ |\Psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle + |1,0\rangle), \quad |\Psi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle - |1,0\rangle)$$

「確率的量子テレポーテーション」では「明瞭測定 (**unambiguous quantum measurement**)」または「擬似ベル測定」を実行する。「明瞭測定」はいくつかの線形独立な量子状態を曖昧さなしに判別するような量子測定であり、「擬似ベル測定」は「ベル測定」の修正版のようなものである。

以上をまとめると、今回紹介する3種類の量子テレポーテーションのそれぞれの違いは、アリスの行う量子測定（ベル測定 **or** 明瞭測定 **or** 擬似ベル測定）と、使用する量子もつれ合い状態の大きさに起因ということになる。

ところで、量子テレポーテーションという現象は、「テレポーテーション」という言葉が持つ一般的なイメージとは大きく異なるところがある。通常、テレポーテーションといえば物質の瞬間的な空間移動を指すが、量子テレポーテーションは物質そのものを転送するのではなく、その組み立て方を受け手に送信するようなイメージなのである。例えば上の例では、アリスの保持する量子状態の組み立て方、すなわち α と β をボブに転送し、それに基づいてボブが量子状態 $|\phi\rangle$ を再構成する、という感じである。

また、その過程においてアリスの送りたかった量子状態は破壊されるため、量子テレポーテーションは非クローン定理（不確定性原理）には反さないというわけである。