

量子纏れ合い状態を利用した古典情報の伝送

発表者 上里 貴徳

指導教員 賀数 清孝

量子情報理論は量子力学に基づくシステムの情報処理や情報通信を行う基礎理論である。これに対して古典物理学に基礎を置く Shannon 理論を古典情報理論と呼ぶ。量子情報理論には量子通信と呼ばれる分野があるが、そこでは情報伝送の定量化と新しい情報伝送方法の研究が中心に行われている。量子デンスコーディングはその代表的な例の1つであり、従来の古典情報理論には無い新機能の通信方法である。これは、量子力学特有な量子相関 (多粒子系において1粒子に対して行う局所的な操作 [測定や unitary 変換等] が系全体へと影響を与える相関関係) である量子纏れ合いを利用することで、Shannon 理論 (古典的な情報処理) の古典通信路符号化定理により与えられる通信路容量の上限よりも大きな値を量子デンスコーディングによって得ることができることに、その特徴がある。

今回は、以下の項目について発表を行う。

- 古典情報理論による、情報伝送の正確さや送る事の出来る情報の上限を表す Shannon 相互情報量、通信路容量についてふれる。
- 量子デンスコーディングを行う上で重要な役割を果たす量子纏れ合いについて、2粒子系の合成スピン零の場合を例にあげ説明する。また、量子纏れ合いの大きさを量子纏れ合いエントロピーによって定量化する。
- 2量子ビット状態を取り扱った量子デンスコーディングを説明する。
 - 完全な纏れ合いを利用した量子デンスコーディング
 - 不完全な纏れ合いを利用した量子デンスコーディング
 - 一般的な量子デンスコーディング

2量子ビットにおける、完全な纏れ合いを利用した量子デンスコーディングにおける、相互情報量の最大値 (通信路容量) は2ビットであり、1個の量子ビットに最大で2ビットの情報を載せることが出来る。

2量子ビットにおける、不完全な纏れ合いを利用した量子デンスコーディングでは、相互

情報量の最大値 (通信路容量) は

$$I_{\max} = \log 4 + \left[\frac{1}{2} + \sqrt{u(1-u)} \right] \log \left[\frac{1}{2} + \sqrt{u(1-u)} \right] \\ + \left[\frac{1}{2} - \sqrt{u(1-u)} \right] \log \left[\frac{1}{2} - \sqrt{u(1-u)} \right] \quad (0 \leq u \leq 1)$$

となる。このとき、量子つれ合いの大きさとの関係は次の式で表される。

$$C = \log 2 + E \quad E = |E(\rho^{AB})\rangle = S(\text{Tr}_A [\hat{\rho}^{AB}]) \\ \hat{\rho}^{AB} = |\phi_j\rangle\langle\phi_j| \quad (\text{純粋状態})$$

つまり、量子つれ合いの大きさが零のときには、1 ビットの情報を送信でき、完全な量子つれ合い状態を利用した場合に2 ビットの情報を送ることが出来る。

一般的な、 N 量子ビットを用いた量子デンスコーディングはスーパーデンスコーディングと呼ばれる。完全な量子つれ合いを利用したスーパーデンスコーディングにおいては、通信路容量は $2 \log N$ となり、 N ビットの情報を送ることができる。