

# 摂動論 ~ 小さい原因は小さい結果を生む ~

発表者： 坂江達哉  
与那嶺聖路  
指導教官： 山城 健

## 1 摂動とは

摂動とは、一般に力学系において、主要な力の寄与（主要項）による運動が、他の副次的な力の寄与（摂動項）によって乱される現象である。摂動という語は元来、古典力学において、ある天体の運動が、他の天体から受ける引力によって乱されることを指していたが、その類推から量子力学において、粒子の運動が複数の粒子間に相互作用が働くことによって乱されることを指すようになった。なお転じて摂動現象をもたらす副次的な力のことを摂動と呼ぶ場合がある。

## 2 一般的な摂動計算

一般に、1次摂動、2次摂動の摂動計算によって得られる一般式はよく知られている。しかし、3次以降の高次摂動の摂動計算によって得られる一般式はどのようなになっているのであろうか？本研究では、3次摂動、4次摂動の摂動計算を実際に行ってみることににより、3次摂動、4次摂動の一般式がどのようなになっているかを調べてみた。

(計算の概要)

系のハミルトニアン  $H$  を  $H^{(0)}$  を無摂動ハミルトニアン（主要項）、 $\lambda$  を摂動パラメータ、 $H^{(1)}$  を摂動ハミルトニアンとして、

$$H = H^{(0)} + \lambda H^{(1)}$$

とする。また、エネルギー固有値  $E_n$  とそのときの固有関数  $\phi_n$  を

$$\begin{aligned} E_n &= E_n^{(0)} + \lambda E_n^{(1)} + \lambda^2 E_n^{(2)} + \lambda^3 E_n^{(3)} + \lambda^4 E_n^{(4)} + \dots \\ \phi_n &= \phi_n^{(0)} + \lambda \phi_n^{(1)} + \lambda^2 \phi_n^{(2)} + \lambda^3 \phi_n^{(3)} + \lambda^4 \phi_n^{(4)} + \dots \end{aligned}$$

と、摂動ハミルトニアンの次数で展開して、シュレディンガー方程式

$$H\phi_n = E_n\phi_n$$

を解く。

## 3 1次元調和振動子の摂動計算

本研究では、厳密にシュレディンガー方程式を解くことができる1次元調和振動子を用い、1次元調和振動子の基底状態におけるエネルギー固有値とその時の固有関数を求め、それを主要項とした。そしてその主要項に非線形であるをポテンシャルを摂動項として加えることで、具体的に摂動計算をして、エネルギー固有値が近似的にどのくらいシフトしていくのかを調べてみた。