

確率過程とシュレーディンガー方程式

発表者 崎原竜作
指導教官 賀数清孝

概要

量子力学から得られる結果は確率的にしかわからない。この原因がニュートン力学に従う粒子の運動のノイズによる乱れであると仮定する。それを確かめるため、ノイズのある粒子の運動を考え、そこから量子力学を導いていく。

ノイズのある粒子の運動は拡散過程であり、一般に不可逆な現象である。よってノイズのある粒子の運動からシュレーディンガー方程式を導くには、時間反転に対して対称なものにしなければならない。そのため新たに現在から未来への式と、現在から過去に至る方程式を作る。

$$dx(t) = b(x(t), t)dt + dw(t) \quad (1)$$

$$dx(t) = b_*(x(t), t)dt + dw_*(t) \quad (2)$$

また、ノイズのある粒子の運動は瞬間的に運動を変化させるため、至る所で微分ができない。よって新たに平均微分を考えることにより、平均前方速度 b , 平均後方速度 b_* が得られる。同様に平均の加速度も定義する。さらにノイズのある運動に対してニュートン方程式が成立するとする。それらを組み合わせることにより、次のシュレーディンガー方程式が導かれる。

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V \right] \Psi \quad (3)$$

このことにより量子力学が確率過程（ブラウン運動）とニュートン力学から導出されることがわかった。

この確率過程を用いた計算によると、量子力学だけでは求めることができなかった粒子の道筋も求めることができる。例として、自由粒子のブラウン運動、そして一次元調和振動子のブラウン運動の様子を見ることにする。