

# ある種のネットワークと閾値モデル

川口吉章（指導教官：清野光弘）

## 1 はじめに

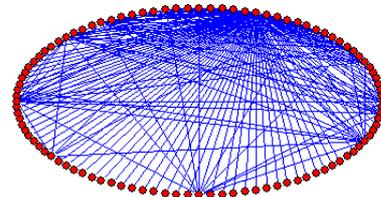
身の回りにはインターネットや電力網などの様々なネットワークが存在する。多くの分野に見られるネットワークは様々な応用が期待されて研究対象とされてきた。ネットワークを解析するためには実際のネットワークの特徴を持つモデルを使うのが便利である。現実の複雑なネットワークを表現するために BA モデル、WS モデルなどのモデルが発案され、ネットワークの性質を解析してきた [1]。特に近年ではコンピュータの高性能化により、より巨大なネットワークを解析することが可能となり、多くの新しい成果が発見されてきている。本研究ではスケールフリーネットワークの1つである閾値(しきいち)モデル [2,3] の諸性質について調べる。

## 2 閾値モデル

ネットワークを特徴付ける量として次数分布  $p(k)$  がある。次数とはネットワーク上のノード(頂点)が持つ枝の数のことである。現実のネットワークの多くの事例において  $p(k)$  がべき則に従うことが知られている。この  $p(k) \propto k^{-\gamma}$  という性質をスケールフリー性という。スケールフリーネットワークとしてもっとも有名な BA モデルでは成長と優先的選択という2つの要素からこのべき則を出した。しかしべき則が出てくるためにはこの2つの要素が必ず必要というわけではない。閾値モデルでは別の要素からこのスケールフリー性を導く。

閾値モデルのルールは以下の通りであり、この単純なルールからスケールフリーなネットワークを生成することができる。

- (i)  $N$  個のノードを用意する。
- (ii) 各々のノードに重み  $w_i$  を割り当てる。この重み  $w_i$  は確率密度関数  $f(w)$  からランダムに選ばれる。
- (iii) ノード  $i$  とノード  $j$  に対して  $w_i + w_j \geq \theta$  であればノード  $i$  とノード  $j$  を枝で結ぶ。この操作をすべてのノードペアについて行う。ただし  $\theta$  は閾値である。



$f(w) = e^{-w}, \theta = 5.0, N = 100$ としたとき

図1: 閾値モデルのネットワーク例

## 3 数値計算

図2は確率密度関数を  $f(w) = e^{-w}$ 、閾値を  $\theta = 7.0$ 、ノード数  $N = 2000$  として生成したネットワーク200個の平均をとった次数分布である。

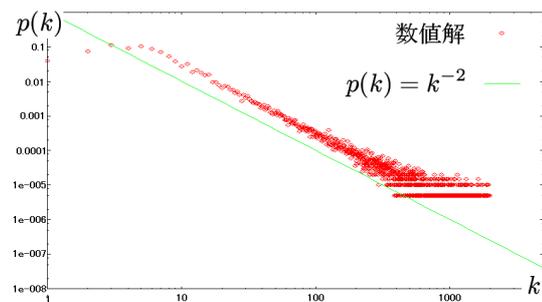


図2: 次数分布

$k$  が小さい範囲を除けばおおよそ  $k^{-2}$  に比例した結果が得られた。

また、ネットワークを特徴付ける量として平均頂点間距離 ( $L$ )、クラスタリング係数 ( $C$ ) があるが、 $N = 100, \theta = 5.0$  としたときの平均として  $L = 1.91, C = 0.74$  が得られた。これから現実のネットワークによく見られる大きいクラスター性と小さい平均距離を実現できていることがわかった。以上の結果から閾値モデルは現実のネットワークが持つ特徴をかなり再現できており、有効なネットワークモデルの1つであると考えられる。

## 参考文献

- [1] 増田直紀, 今野紀雄, 「複雑ネットワーク」とはなにか, 講談社, 2006.
- [2] 増田直紀, 今野紀雄, 複雑ネットワークの科学, 産業図書株式会社, 2007.
- [3] 尾崎弘, 白川功, 翁長健治, 「グラフ理論」, 株式会社コロナ社, 1975.