線形光学系を用いた量子ゲートの設計

岸木 俊一　(指導教官：清野光弘)

1. はじめに

量子計算機はビットの重ね合わせが可能という性質から、現在の計算機では不可能な量の並列計算が可能であるという特徴を持つ。また実現方法として様々な方法が考案されている。

本研究では、光子の偏光を用いた量子計算機を取り上げ、ゲートの設計と作成を試みた。

2. 量子計算機

量子計算機とは、数学的には現在の計算機 (以下古典計算機) と同様にチューリングマシン (以下 TM) をモデルとし、論理回路の構成も古典計算機と同様にゲートと呼ばれる基本単位を組み合わせることで作られる計算機である。

TM と量子計算機の TM(量子チューリングマシン、以下 QTM) の違いは、TM は 0 と 1 はどちらかの状態を取ることしか許されないのに対し、QTM は 0 と 1 を任意の割合で重ね合わせることが可能な量子ビット (qbit) という論理値を使い、重ね合わせの状態で情報をテープに書き込むことが許されることである。この違いにより、QTM では 0 と 1 の重ね合わせを 1 つの論理値として見なすことができ、1 度の計算で重ね合わせた論理値全ての演算を行うことが可能となる。

さらに、古典論理回路 (以下 LC) と量子論理回路 (以下 QLC) の違いは、LC ではゲートは不可逆なものであったのに対し、QLC は可逆なゲートを構成することが可能になることである。また、論理値はケットベクトルで表記される。

もうひとつ、古典計算機との違いは、量子ビット間にもつれ合い (entanglement) という特殊な状態が存在することである。どのような状態かというと、$|0\rangle$ と $|1\rangle$ の 2 つの固有状態を持つ粒子 A、B があるとする。いま、この 2 粒子が A、B 共に $|0\rangle$ 、A、B 共に $|1\rangle$ という 2 つの状態が重ね合わされた状態にあるとすると、この状態は以下の式で表現される。

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|0\rangle + |1\rangle|1\rangle)$$

この式の状態は、2 つの状態、例えば $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)|1\rangle$ のような単なる積では表せない。これがもつれ合いと呼ばれる状態である。

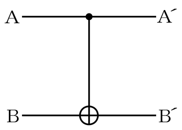
3. 量子ゲート

量子ゲートとは、QLC で用いられる特有の可逆ゲートの事を指す。LC では AND、OR、NOT の 3 つであらゆる論理回路を構成することが出来たが、それと同じく、QLC であらゆる論理回路を組めるようにするには、制御 NOT ゲートと任意のユニタリ変換ゲートが必要になる。

制御 NOT ゲート (Controlled-NOT) とは、2 入力 2 出力のゲートで、以下の真理値表に従う働きをする。また、固有の回路記号がある。

A	B	A'	B'
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	0

制御 NOT の真理値表



制御 NOT の回路記号

ユニタリ変換ゲートとは、1 量子ビットにユニタリ変換を施すゲートで、幾つかの種類が存在する。代表的なものは位相ゲートとアダマール変換ゲートで、以下に回路記号を用いて働きを示す。

位相ゲートは位相のかかるゲートで、以下のような働きをもつ。

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad -\!\!-\boxed{U(\phi)}-\!\!- \quad \alpha|0\rangle + e^{i\phi}\beta|1\rangle$$

アダマール変換は以下のような働きをもつ。

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad -\!\!-\boxed{H}-\!\!- \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\{(\alpha+\beta)|0\rangle + (\alpha-\beta)|1\rangle\}$$

4. 結果と考察

本研究では、量子ビットとして使用する量子系に光子の偏光を選択した。

光子を選択したのは、光子はコヒーレントな状態を保ったまま長い距離を伝播できるという性質を持ち、光子の経路に従って計算が進んでいくために古典計算機との対応がつき、イメージがしやすいからである。しかしもつれ合いの状態を作ることが難しいため、2 量子ビットゲートを作ることが困難であるという欠点がある。

まず 1 量子ビットゲートとして位相ゲートとアダマール変換ゲート、2 量子ビットゲートとして制御 NOT ゲートの設計と作成を行った。ゲートの構成は以下の通りである。

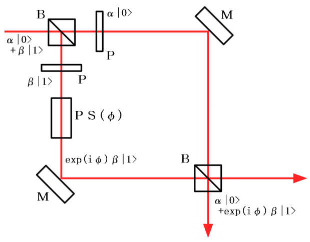


図 1. 位相

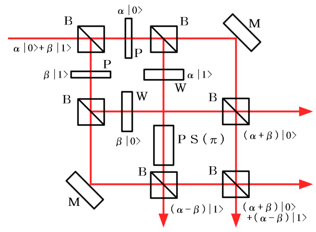


図 2. アダマール変換

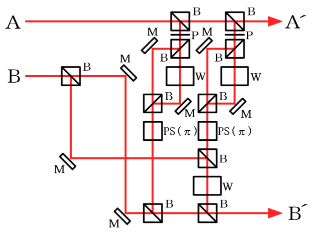


図 3. 制御 NOT

また、図中の略号は、 M はミラー、 B はビームスプリッタ、PS(φ) は位相変換 (角度)、 P は偏光版、 W は波長板である。

これらのゲートに続き、QLC として 2 ビットの加算器を設計した。QLC は LC との対応がつくため、まず LC での加算器を設計し、その回路を QLC で再現する。

2 ビット、2 進数で表される 2 つの整数 A、B を、 $A = A_1A_0$ 、$B = B_1B_0$ 、 A と B の和 C を 3 ビットの整数 $C = C_2C_1C_0$ として、回路を構成すると以下のようになる。

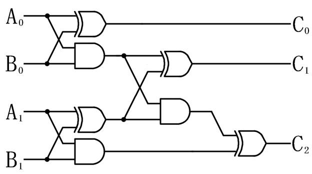


図 4. 2 ビット加算回路

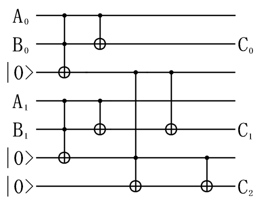
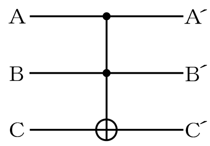


図 5. 2 量子ビット加算回路

ここで、AND に対応するゲートとして 3 量子ビットのゲートを使用した。これはトッフォリゲートと呼ばれるもので、以下の回路記号と真理値を持つ。

A	B	C	A'	B'	C'
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0

トッフォリゲートの真理値表



トッフォリゲートの回路記号

この真理値表から分かるように、 $C = 0$ のとき、トッフォリゲートは AND として働く。このトッフォリゲートは、制御 NOT と 4 種類のユニタリ変換ゲートで組むことができる。

5. おわりに

本研究では、線形光学系を用いて量子論理回路の作成を試みた。今後、作成した論理回路の動作を確認しながら、より一般的な制御 NOT ゲートの作成と装置の製作精度の向上、そして論理回路で扱えるビット数を増やしていきたい。

参考文献

[1] 佐川弘幸・吉田宣章, 物理学スーパーラーニングシリーズ 量子情報理論, シュプリンガー・フェアラーク東京株式会社, 2003.

[2] 数理科学編集部, 別冊・数理科学 『量子情報科学とその展開 量子コンピュータ・暗号・情報通信』, サイエンス社, 2003.