

2005年2月7日(月)

平成17年度 琉球大学大学院入学試験

(二次募集)

理工学研究科博士前期課程

物質地球科学専攻(物理系)

専門科目問題

注意

1. 問題はⅠ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳの4題ある。
2. 全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
3. 問題毎に別々の解答用紙を用いること。
4. 解答用紙が足りない場合は監督官に申し出ること。

I 下図のように一様な重力の下で質量 M 、半径 R 、厚さ d ($d \ll R$)、の薄い円板状物体が円の中心(G)から x だけ離れた点 P で固定され、円板に垂直な軸の回りを滑らかに振動している物理振子(実体振子)がある。重力加速度を g 、その物体の密度を ρ

(一定)として、以下の各問いに答えよ。(100点)

(1) その物体の質量 M を、半径 R 、厚さ d 、密度 ρ を用いて表せ。

(2) 回転軸 P の回りでの慣性モーメント I は、 $I = I(G) + Mx^2$ であたえられる。

ここで、 $I(G)$ は、円板の中心 G を通り円板に垂直な軸の回りの慣性モーメントである。この $I(G)$ を質量 M と半径 R で表せ。

(3) この物理振子のLagrangianを求めよ。

(4) この物理振子の運動方程式を導け。

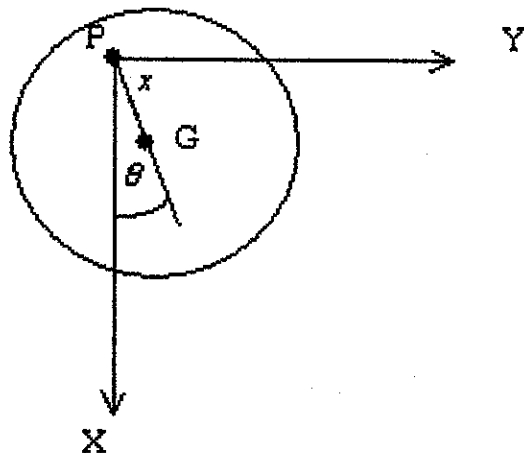
(5) この物理振子が微小振動しているとして、この振子の周期 T_1 を求めよ。

(6) (5)での周期 T_1 と、全質量が円板の中心に集中したときの単振り子の周期 T_2

との比を $\frac{T_1}{T_2} = \alpha$ とする。

(イ) α のとりえる範囲を求めよ。

(ロ) 距離 x を α 、半径 R を用いて表せ。

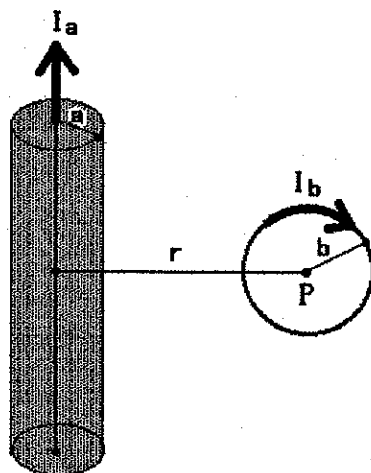


Ⅱ 以下の各問いに答えよ。

(100点)

問1 図のように、半径 a の無限に長い導線と、半径 b の円形コイルがある。導線の軸と円形コイルは同一平面内にあり、円形コイルの中心 P は導線の軸から距離 r の点である。導線の内部に、強さ I_a の電流が一様に流れているとき、点 P の磁束密度を B とし、コイルに流れる電流を I_b とする。この系を例にとって次の法則を説明せよ。(数式と共にその数式の物理的意味を文章で説明すること。)

- (1) ガウスの法則
- (2) ビオ・サバールの法則
- (3) アンペールの法則
- (4) 電磁誘導の法則



問2 以下の Maxwell の方程式の4個それぞれと問1の各法則との関係を説明せよ。

$$\text{div} \mathbf{D} = \rho \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{div} \mathbf{B} = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\text{rot} \mathbf{H} - \mathbf{I} = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \quad \dots \textcircled{4}$$

$$(\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \mathbf{B} = \mu \mathbf{H})$$

III 以下の各問いに答えよ。

(100 点)

- *プランク定数 h 、 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 、光速 c 、素電荷 e などは解答に使用してよい。
- *計算の過程も解答用紙に書くこと。

問 1

光電効果は光の粒子性によって起こると言われている。その理由を答えよ。ただし、

- 光を波だと考えると、どのような実験事実に反することになるのか。
- 光子一個のエネルギーが $h\nu$ であるという事実は、実験結果のどこにあらわれているか。

の二つの論点について必ず述べること。

問 2

質量 m の粒子の 1 次元の運動を量子力学的に考える。長さ L の領域の中に閉じ込められ、壁では弾性衝突し、壁以外では等速運動しているとする。この時、

- (1) 次元解析から推測する。
- (2) 不確定性関係から推測する。
- (3) この粒子を、両端で固定端反射しているド・ブローイ波と考えて波長を算出し、それから計算する。

の 3 つの方法でこの粒子の取り得るエネルギーの最低値を計算せよ。推測であるから、正確な答えが出なくても差し支えない。それぞれどのように考えて解答を出したか、過程もちゃんと書くこと。

問 3

1 次元の量子力学において運動量 p の期待値を計算する時は、波動関数 $\psi(x, t)$ とその複素共役 $\psi^*(x, t)$ の間に、演算子 $-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ をはさんで積分する、つまり

$$\langle p \rangle = \int dx \psi^*(x, t) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi(x, t) \right)$$

のようにして計算する。

H をハミルトニアンとした時、この期待値 $\langle p \rangle$ の時間微分が $-\frac{\partial H}{\partial x}$ の期待値で表せることを示せ。

問 4

水素原子核（静止していると考えてよい）の回りを円運動している電子を、波長 λ が $\frac{h}{mv}$ で表される波だと考えたとする。

電子の質量を m 、速さを v 、電子と陽子の間の距離を r として、クーロンの法則の比例定数を k として以下の問いに答えよ。

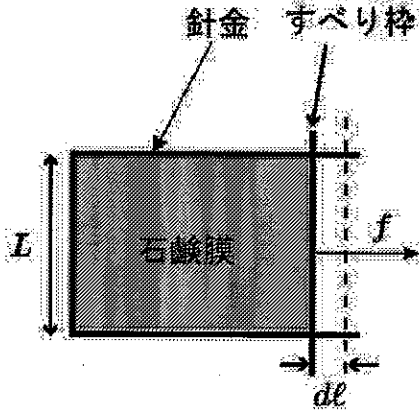
- (1) 円を一周した時に、波がうまくつながる条件を、 m, v, h, r と、自然数 n を使って表せ。
- (2) この条件と運動方程式 $\frac{mv^2}{r} = \frac{ke^2}{r^2}$ を使って、 r を求めよ。
- (3) このようにして r の値が任意ではなく、ある決まった値のどれかしか取れないことが導かれた。このことには、どのような物理的意味があるのか。

IV

以下の各問いに答えよ。

(100 点)

問1 太さの無視できる針金を U 字型に折り曲げて、その上に自由に移動できるすべり枠の針金を図のように取り付けた。温度 T で一定に保ちながらこれに石鹸膜を張り、置いたすべり枠に力 f を加えて準静的に $d\ell$ だけ移動させた。



(1) 石鹸膜の表面張力を γ とすると、外力 f が膜に加える準静的仕事は $d'W = \gamma L d\ell$ で与えられる。また、熱力学第 1 法則および熱力学第 2 法則によれば、膜の表面エネルギー (内部エネルギー)、表面エントロピーをそれぞれ E, S とすると、系の内部エネルギーの増加は $dE = d'Q + d'W$ であり、熱量 Q の準静的変化は $d'Q = T dS$ で与えられる。このとき、温度 T における系のエントロピーの変化 dS を E, T, γ, L, ℓ を用いて表せ。

(2) 系のヘルムホルツの自由エネルギー F の変化 dF を E, T, S を用いて表せ。

(3) (1) および (2) から、表面張力 γ を F, L, ℓ を用いて表せ。

問2 第 1 種永久機関および第 2 種永久機関を実現できる熱機関は存在しないことを熱力学の法則に基づいて説明せよ。

問3 体積 V の容器に理想気体が封入されている。1 個の気体分子の質量を m とすると、単原子分子の場合、並進運動のエネルギーは

$$e = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$$

で与えられ、この μ 空間中の $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$ の微小体積内に含まれる細胞の数は不確定性関係により $\frac{1}{h^3} dx dy dz dp_x dp_y dp_z$ となる。

(1) 1 個の気体分子について温度 T に関する分配関数 Z を計算したところ、

$$Z = \frac{V (2\pi m k_B T)^{3/2}}{h^3}$$

であった。ここで、 k_B, h はそれぞれボルツマン定数、プランク定数を表す。いま、 N 個の気体分子における分配関数を $\frac{Z^N}{N!}$ として、系のヘルムホルツの自由エネルギー F を k_B, T, Z を用いて表せ。

(2) 系の圧力 p 、エントロピー S がヘルムホルツの自由エネルギー F により

$$p = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T, \quad S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$$

で与えられることを示せ。

(3) 系の圧力 p を (1) および (2) により具体的に計算し、 N, k_B, T, V を用いて表せ。

2005年2月7日(月)

平成17年度 琉球大学大学院入学試験

(二次募集)

理工学研究科博士前期課程

物質地球科学専攻(物理系)

英語問題

注意

1. 全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
2. 解答用紙が足りない場合は監督官に申し出ること。

問1. 大学院で研究したい事を150語 (Words) 程度で
英文で述べよ。(30点)

問2. 次の文の各部分①と②を和訳し、③の大意を100字程度で述べよ。(30点)

① This view of philosophy appears to result, partly from a wrong conception of the ends of life, partly from a wrong conception of the kind of goods which philosophy strives to achieve. Physical science, through the medium of inventions, is useful to innumerable people who are wholly ignorant of it; thus the study of physical science is to be recommended, not only, or primarily, because of the effect on the student, but rather because of the effect on mankind in general. Thus utility does not belong to philosophy. If the study of philosophy has any value at all for others than students of philosophy, it must be only indirectly, through its effects upon the lives of those who study it. It is in these effects, therefore, if anywhere, that the value of philosophy must be primarily sought.

② But further, if we are not to fail in our endeavour to determine the value of philosophy, we must first free our minds from the prejudices of what are wrongly called 'practical' men. The 'practical' man, as this word is often used, is one who recognizes only material needs, who realizes that men must have food for the body, but is oblivious of the necessity of providing food for the mind. If all men were well off, if poverty and disease had been reduced to their lowest possible point, there would still remain much to be done to produce a valuable society; and even in the existing world the goods of the mind are at least as important as the goods of the body. It is exclusively among the goods of the mind that the value of philosophy is to be found; and only those who are not indifferent to these goods can be persuaded that the study of philosophy is not a waste of time.

③ Philosophy, like all other studies, aims primarily at knowledge. The knowledge it aims at is the kind of knowledge which gives unity and system to the body of the sciences, and the kind which results from a critical examination of the grounds of our convictions, prejudices, and beliefs. But it cannot be maintained that philosophy has had any very great measure of success in its attempts to provide definite answers to its questions. If you ask a mathematician, a mineralogist, a historian, or any other man of learning, what definite body of truths has been ascertained by his science, his answer will last as long as you are willing to listen. But if you put the same question to a philosopher, he will, if he is candid, have to confess that his study has not achieved positive results such as have been achieved by other sciences. It is true that this is partly accounted for by the fact that, as soon as definite knowledge concerning any subject becomes possible, this subject ceases to be called philosophy, and becomes a separate science. The whole study of the heavens, which now belongs to astronomy, was once included in philosophy; Newton's great work was called 'the mathematical principles of natural philosophy'. Similarly, the study of the human mind, which was a part of philosophy, has now been separated from philosophy and has become the science of psychology. Thus, to a great extent, the uncertainty of philosophy is more apparent than real: those questions which are already capable of definite answers are placed in the sciences, while those only to which, at present, no definite answer can be given, remain to form the residue which is called philosophy.

(B. Russell, *The Problem of Philosophy*, 1998)

問3. 次の文を和訳せよ。(40点)

- ① We know of two fundamental forces on the macroscopic scale that we experience in daily life: the gravitational force that binds our solar system together and keeps us on earth, and the electromagnetic force between electrically charged objects. Both are mediated over a distance and the force is proportional to the inverse square of the distance between the objects. Isaac Newton described the gravitational force in his Principia in 1687, and in 1915 Albert Einstein (Nobel Prize, 1921 for the photoelectric effect) presented his General Theory of Relativity for the gravitational force, which generalized Newton's theory. Einstein's theory is perhaps the greatest achievement in the history of science and the most celebrated one. The laws
- ② for the electromagnetic force were formulated by James Clark Maxwell in 1873, also a great leap forward in human endeavour. With the advent of quantum mechanics in the first decades of the 20th century it was realized that the electromagnetic field, including light, is quantized and can be seen as a stream of particles, photons. In this picture, the electromagnetic force can be thought of as a bombardment of photons, as when one object is thrown to another to transmit a force. In a similar way the gravitational force is believed to be transmitted by particles called gravitons, but since the gravitational force is some 10^{40} times weaker than the electromagnetic force, they have not yet been detected.
- ③ The electromagnetic force holds the atom together since the nucleus and the electrons carry electric charges. The composition of the nucleus was, however, not understood in the early days of the quantum era, but there was a common belief that it consisted of protons and electrons. In 1932 James Chadwick (Nobel Prize, 1935) discovered electrically neutral radiation from the nucleus and could establish that it consisted of a new type of elementary particle called the neutron. Two years later, Eugene Wigner (Nobel Prize, 1963) showed that there must be two distinct nuclear forces at play within the nucleus, a weak force that is responsible for the radioactivity and a strong one that binds the protons and the neutrons together. Both of them act only over a very short range, of the size of the nucleus, hence they have no macroscopic
- ④ analogue. Only a year after Wigner's work, the young Japanese student Hideki Yukawa (Nobel Prize, 1949) proposed that the strong nuclear force is mediated by a new particle in analogy with the electromagnetic force. However, the electromagnetic force has a long range while the strong force has a short range. Yukawa realized that, while the electromagnetic force is mediated by massless particles, photons, the strong interactions must be mediated by massive particles.