# 回転する中性子星からの重力波

大善雄、杉村美沙 指導教員:瓜生康史

2009年2月(平成20年度)

目 次

1	中性	性子星の観測					
	1.1	単独電	波パルサーとして観測 (Radio Pulsar)	4			
	波パルサーとして観測 (Binary Radio Pulsar)	5					
	1.3 X 線連星として観測 (X-Ray Binary)						
<b>2</b>	重力	」波		8			
	2.1	重力波	とは何か	8			
		2.1.1	一般相対論的重力場の線形理論	8			
		2.1.2	重力波の放射	8			
	2.2	重力波	の検出と重力波検出器....................................	10			
		2.2.1	重力波の検出	10			
		2.2.2	レーザー干渉計型重力波検出器	10			
		2.2.3	共鳴型重力波検出器 (Bar Detectors)	11			
		2.2.4	パルサータイミング (Pulsar Timing)	11			
		225	ドップラートラッキング (Banging to Spacecraft)	11			
		2.2.6	重力波の周波数と検出法のまとめ	11			
	<b>9</b> 2	2.2.0		11 19			
	2.0	1 12° 11 0 0 1		12			
		2.3.1		12			
		2.3.2		12			
		2.3.3		12			
		2.3.4	維百田線 (Noise Curve)	13			
		2.3.5	Narrowband	15			
3	山性	:子星と	±	15			
-							
4	中性	子星の	<b>形成</b>	15			
4	中性 4.1	子星の 恒星の	形成 誕生	<b>15</b> 15			
4	中性 4.1 4.2	∈子星の 恒星の 主系列	形成 誕生	<b>15</b> 15 16			
4	中性 4.1 4.2 4.3	<ul> <li>子星の 恒星の</li> <li>主系列</li> <li>重力収</li> </ul>	形成 誕生	<b>15</b> 15 16 16			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4	子星の 恒星の 主系列 重力収 ヘリウ	形成 誕生 、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、、	<b>15</b> 15 16 16 17			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	子 星	形成 誕生 い 段階 ・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> </ol>			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6	子恒主重へへ燃つのの列収ウウ反	F 誕生 … い い	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> </ol>			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7	子恒主重へへ燃超星星系力リリ焼新のの列収ウウ反星	<sup>形成</sup> 誕生 誕生 。 。 。 。 。 、 が 焼 後 。 。 。 、 の 終 了 。 。 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、 、	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> </ol>			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8	子恒主重へへ燃超工星星系力リリ焼新型のの列収ウウ反星額	F 形成 誕生 段階 血 解段階 ム 燃焼段階 広の終了 新星爆発 新星爆発	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>18</li> </ol>			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9	子恒主重へへ燃超I中星星系カリリ焼新型性のの列収ウウ反星超子	形成         誕生	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> </ol>			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9	子恒主重へへ燃超I中星星系力リリ焼新超性のの列収ウウ反星超子	形成         誕生         段階         縮段階         ム燃焼段階         ム燃焼後         原の終了         「星爆発         真の誕生	<ol> <li>15</li> <li>15</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> </ol>			
4 5	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性	子恒主重へへ燃超I中 子星星系カリリ焼新型性 星のの列収ウウ反星超子 の	形成         誕生         段階         縮段階         ム燃焼段階         ム燃焼後         広の終了         爆発         新星爆発         星の誕生         生質	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> </ol>			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基星星系カリリ焼新型性 星本のの列収ウウ反星超子 の的	形成         誕生         段階         縮段階         ム燃焼段階         ム燃焼後         ふの終了         振発         新星爆発         「星爆発         二         単質         性質	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> </ol>			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.1.1のの列収ウウ反星超子 の的	形成         誕生         段階         縮段階         山燃焼段階         ム燃焼後         二         広の終了         「星爆発         星の誕生         生質         性質         質量	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> </ol>			
4 5	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.5.1.2のの列収ウウ反星超子 の的	形成         誕生         段階         縮段階         ム燃焼段階         ム燃焼後         ふの終了         「星爆発         新星爆発         重の誕生         生質         質量         自転周期	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> </ol>			
4 5	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超 I 中 子基 5.1.1ののの列収ウウ反星超子 の的	形成         誕生         段階         縮段階         厶燃焼段階         △燃焼後         忘の終了         爆発         五星爆発         星の誕生         生質         性質         質量         自転周期         磁場	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> </ol>			
<b>4</b> <b>5</b>	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.5.中星星系カリリ焼新型性 星本1.1.2 子のの列収ウウ反星超子 の的	形成         誕生         段階         路段階         加燃焼段階         ム燃焼後         広の終了         爆発         所星爆発         星の誕生         生質         性質         自転周期         磁場         星の構造	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> </ol>			
4	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.5.中5星星系カリリ焼新型性 星本 1.1.2、1.1.11.2、1.1.11.2、1.1.11.2、1、1、1、1	形成         誕生         段階         縮段階         ム燃焼段階         ム燃焼後         本         原発         新子         新子	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>20</li> </ol>			
<b>4</b>	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.5 中 5.5 早 5.5 中 5.5 のの列収ウウ反星超子 の的 子 1.2 3 子 1.5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	形成         誕生         段階         縮段階         ム燃焼段階         ム燃焼後         応の終了         爆発         千星爆発         星の誕生                 質量         自転周期         磁場         星の構造         大気	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>20</li> </ol>			
5	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.5.中 5.5.正星星系カリリ焼新型性 星本 1.1.2、2、2、3のの列収ウウ反星超子 の的 子	形成         誕生         段階         縮段階         ム燃焼段階         ム燃焼後         応の終了         爆発         二         新星爆発         星の誕生         生質         質量         自転周期         磁場         星の構造         大気         小殼 (outer crust)         中割 (inner event)	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>20</li> </ol>			
5	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.5.中 5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5	形成         誕生         段階         縮段階         厶燃焼段階         厶燃焼後         応の終了         爆発         「星爆発         星の誕生         生質         竹雪量         自転周期         磁場         星の構造         大気         小殻 (outer crust)         内殻 (inter crust)	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>21</li> </ol>			
5	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.5.中 5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5.5	形成         誕生         段階         縮段階         厶燃焼段階         厶燃焼後         応の終了         爆発         「星爆発         星の誕生         生質         性質         雪量         自転周期         磁場         実の構造         大気         小殻 (outer crust)         内殻 (inner crust)         中世子ドリップ	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>21</li> <li>21</li> </ol>			
5	中性 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8 4.9 中性 5.1	子恒主重へへ燃超I中 子基 5.5.中 5.5.5.5.2.3.2.3 年 4.1.2 3 年 4.1.2 3 4.1.2 3 5.2.2.4 5 5.2.3 4 5 5.2.5	形成         誕生         段階         編段階         ム燃焼段階         ム燃焼後         応の終了         爆発         新星         重量         雪量         自転周期         磁場         星の構造         大気         小殻 (outer crust)         中性子ドリップ         外核 (outer core)	<ol> <li>15</li> <li>16</li> <li>16</li> <li>17</li> <li>18</li> <li>18</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>19</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>20</li> <li>21</li> <li>21</li> </ol>			

6	6 中性子星の計算	22
	6.1 球対称モデルの計算	
	6.1.1 <b>アインシュタイン</b> 方程式	
	6.2 IWM formulation	
	6.3 状態方程式	
	6.3.1 ポリトロピック EOS	
	6.3.2 Parametrized Polytropic EOS	
	6.4 回転中性子星の計算	
7	7 計算結果	25
	7.1 球対称星の計算結果	
	7.2 回転星の計算結果	

# 1 中性子星の観測

## 1.1 単独電波パルサーとして観測 (Radio Pulsar)

1967年、イギリスのケンブリッジ大学大学院生のジョスリン.ベルは電波アンテナによる連続観測を行なっている際 に、データ中に周期1.337秒のパルス状の電波を発見した。この偶然発見された未知の天体は、電波パルサーと名付け られた。有名なパルサーの観測の例として、おうし座にある「かに星雲」の中心に見つかった、周期が33ミリ秒の電 波パルサー「かにパルサー」が挙げられる。かに星雲は超新星爆発によって形成されたと考えられていることから、パ ルサーが超新星爆発の後に形成されることが分かる。

現在観測されているパルサーの中で、最も周期の短いものの1つである、PSR1937+21の周期は1.558 ミリ秒である。 実際に1秒間に600回転している星の密度を見積もってみると、パルサーが回転星であるとすれば、この未知の天体は 超高密度星であることが分かる。今、星の半径をr、質量をM、星の表面にある物質の質量をmとすると、星の重力 が遠心力よりも大きくないと星は崩壊してしまうので、

$$G\frac{Mm}{r^2} > mr\omega^2$$

が成り立つ。ここで G は万有引力定数、 は角振動数である。

$$\begin{split} \omega &= \tfrac{2\pi}{T} \\ \tfrac{1}{T} &= f \end{split}$$

の関係より整理すると、

$$\frac{M}{r^3} > \frac{(2\pi f)^2}{G}$$

となる。従って、平均密度は、

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4\pi r^3}{3}} > \frac{(2\pi f)^2}{\frac{4\pi G}{3}}$$

となる。以上の式に f=600Hz として計算すると、

$$\rho \approx 5.0 \times 10^{13} \left[ \text{g/}_{\text{cm}^3} \right]$$

となり、また、中心密度が平均密度の数倍とすると、原子核密度、

$$\rho_{nucleus} = 2.8 \times 10^{14} \, [\text{g/cm}^3]$$

程度になると考えられる。普通の密度では物質は原子からなり、電子は原子核のはるか外に位置するが、このような高 密度では、陽子は電子を捕獲して中性子となるので、そのような星は中性子星と呼ばれている。つまりパルサーは、回 転中性子星だと考えられた。

パルサーの放射メカニズムは、以下の様に考えれている。中性子星は強い磁場を持ち、磁軸方向に極領域から電波を 放射している。磁軸と中性子星の自転軸は一致していないので、灯台からの光と同じように、自転により磁軸が地球方 向を向いた時に電波がパルスとして観測される。現在までにパルサーは約1500個発見されている。このようにパルサー の周期を観測することで中性子星を観測することができる。

## 1.2 連星電波パルサーとして観測 (Binary Radio Pulsar)

1974年、マサチューセッツ大学のテーラーとハルスがアレシボ天文台の電波望遠鏡で電波パルサーを探していたとこ ろ、こぎつね座の方向に時間が経つにつれて自転周期が59ミリ秒付近で増大したり、減少したりする不思議なパルサー を発見した。このパルサーは PSR1913+16 (赤経 19時13分、赤緯16度にあるパルサーということ)と名づけられた。 自転周期が短くなるのは、連星だからである。連星であれば、電波パルサーが地球に近づいて来る時にはドップラー効 果により振動数が大きくなり、周期が短くなったように見える。逆に遠ざかる時は、振動数が減少するので周期が長く なったように見える。これは後で述べる重力波の間接的な証明に関係しており、重要である。このように連星電波パル サーとしても、中性子星を観測できる。

<b>天体名</b> (PSR)	公転周期	パルス周期
0655 + 64(NS:WD)	1.03 day	$196 \mathrm{ms}$
0820 + 02(NS:WD)	1232	865
1620-26(NS:WD)	191.4	11
1831-00(NS:NS)	1.81	521
1855 + 09(NS:WD)	12.3	5.4
1913 + 16(NS:NS)	0.32	59
1953 + 29 (NS:NS)	117.35	6.1
1957 + 20(NS:WD)	0.38	1.6
2303 + 46(NS:WD)	12.34	1066

表 1: 中性子星 + 白色矮星 (NS:WD) か、中性子星 + 中性子星 (NS:NS) の組み合わせの連星系電波パルサーの例

## 1.3 X線連星として観測 (X-Ray Binary)

中性子星は X 線星としても姿を現すことが知られている。1960年代のはじめから気球、ロケット、人口衛星を利用して X 線で見た宇宙の姿が明らかにされてきた。その中で X 線で明るく輝く天体が数多く発見され、わが銀河系内のものの多くは中性子星を含む連星系であると同定されている。その連星系の相手(伴星)の種類は大別して 2 種類ある。1つは質量の大きい星(O,B 型星)である。O,B 型星は強い恒星風がふいており、その物質が中性子星が重力的に引き付けられて中性子星の表面に降り積もり、そこで重力エネルギーを解放して X 線で光る。中性子星の相手の星が高温の超巨星で、質量が 20~40M⊙のような連星を高質量 X 線連星系(High-mass X-ray Binary)と呼ぶ。もう1つは太陽質量以下の質量の星(光での同定は困難)でロッシェローブと呼ばれ、恒星が進化して赤色巨星になろうとするとき、星の半径が膨張してロッシェローブからあふれて、自身の重力圏を超える。そのとき、あふれたガスが中性子星の重力圏に入ってやはり降積(アクリーション)を起こし X 線を放射する。ロッシェローブを充たした F,G 型の普通の星と中性子星の組み合わせで構成されている連星を低質量 X 線連星系(Low-Mass X-ray Binary)と呼ぶ。こうしてそれぞれX 線星として観測される。伴星が O,B 型星の場合、X 線星は X 線のパルサーとして観測されることが多い。これも中性子星の回転によるものと考えられている。以上の考え方が X 線星のモデルとして適切かどうか検討する。中性子星の半径を R、質量を  $M_*$  とする。これら典型的な値は  $R \sim 10^4$ ,  $M_* \sim 1M$ ⊙である。半径 R、質量  $M_*$ の星に m の質量が

$$\Delta E = \frac{GM_*m}{R}$$

である。質量の降着率を $\dot{M}_*$ とすると降着により単位時間に放出される重力エネルギー $L_{ac}$ は

$$L_{ac} = \frac{GM_*\dot{M}_*}{R}$$

となる。このエネルギーが全て X 線として放出されたとすると、X 線の光度は

$$L_X = L_{ac} = \frac{GM_*M_*}{R}$$

となる。質量降着率を $\dot{M}_*=10^{13}$ kg・sec<sup>-1</sup>として質量降着により中性子星から放出される X 線の量を見積もると、

$$L_X = G \cdot \frac{M_*}{M_{\odot}} \cdot M_{\odot} \cdot \dot{M}_{*13} \cdot 10^{13} \cdot \frac{10^{14}}{R} \cdot \frac{1}{10^{14}}$$
$$= G \cdot 10^{13} \cdot \frac{M_{\odot}}{10^4} \cdot \dot{M}_{*13} \cdot \left(\frac{M_*}{M_{\odot}}\right) \cdot \left(\frac{10^4}{R}\right)$$

上式を整理すると、

$$= 1.3 \times 10^{29} \cdot \dot{M}_{*13} \cdot \left(\frac{M_*}{M\odot}\right) \cdot \left(\frac{10^4}{R}\right)$$

となる。 $\dot{M}_{*13}$ は質量降着率の値を $M_{*13}=10^{13}$ [kg・sec<sup>-1</sup>] としたことを表す。中性子星が単独で通常のガス中にあるときは、このように大きい降着は期待できないが、中性子星が通常の星と連星系を成していると、星の大気から流れ出た気体が中性子星に降着し、十分大きな降着率が期待できる。X 線連星系が通常の星と連星系を成していることは、観測により確かめられている。中性子星に降着したガスの温度を大まかに評価する。ガスは水素から成るとして、水素原子が中性子星に降着したとき開放される重力エネルギーは、

$$\frac{GM_*(m_p + m_e)}{R} \approx \frac{GM_*m_p}{R}$$

である。mpは陽子の質量、meは電子の質量である。このエネルギーがすべてガスの熱エネルギーに変換すると考える。

$$\frac{GM_*m_p}{R} = 2 \times \frac{3}{2}kT$$

となるから

$$T = \frac{GM_*m_p}{3kR}$$

と求められる。*M*<sub>\*</sub>、*R*の値として中性子星の値を用いると

 $T \approx 5.5 \times 10^{11} [\mathrm{K}]$ 

となる。ここでは重力エネルギーはすべて中性子星の表面で熱エネルギーに変換されるとしたが、実際は、中性子星の 表面に達するまでの降着過程で、ガスは加熱されると放射によりエネルギーを失っている。

温度を概算するもう一つの方法として、中性子星表面のガスが黒体放射をしているとして概算できる。半径 R、温度  $T_b$ の球面から放射される黒体放射の光度 L は  $L = 4\pi R^2 \sigma T_b^4$ と表される。ここで、 は Stefan-Boltzmann の定数であ る。したがって

$$T_b = \left(\frac{L}{4\pi R^2 \sigma}\right)^{1/4}$$

となる。 $L = L_{ac}$ として $T_b$ を概算すると

 $T_b \approx 10^7 [\mathrm{K}]$ 

となる。このように気体(ガス)が降着流として中性子星に流れ込み、降着を起こして 10<sup>7</sup>K~10<sup>11</sup>K という高温になることから、重力エネルギーを開放して X 線が放射されるというモデルは適切であるといえる。

X 線連星名	公転周期	伴星質量
GX 301-2	41.4 day	$30M\odot$
Vel X-1	8.96	21
SMC X-1	3.89	16
Cen X-1	2.09	18

表 2: 中性子星 + ロッシェローブを充たした普通の星の組み合わせ (高質量 X 線連星系の例)

X 線連星名	公転周期	伴星質量		
Cyg X-2	9.84 day	$0.8M\odot$		
Her X-1	1.70	2.2		
Sco X-1	0.79	1		
Cen X-4	0.63	X 線新星		

表 3: 中性子星 + ロッシェローブを充たした普通の星の組み合わせ (低質量 X 線連星系の例)

# 2 重力波

2.1 重力波とは何か

2.1.1 一般相対論的重力場の線形理論

アインシュタインの一般相対性理論で、アインシュタイン方程式を線形近似と重力場の変化が波動として高速で伝播 することが分かる。アインシュタイン方程式は

$$R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg^{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4}T^{\alpha\beta}$$

である。左辺は、時空がどのように曲がっているのかを表す幾何学量(時空の曲率)であり、右辺は物質場の分布を表 す。右辺の  $T^{\alpha\beta}$ は、エネルギー・運動量テンソルである。左辺の  $R^{\alpha\beta}$ はリッチの曲率テンソル、Rは、リッチの曲率 スカラーであり、どちらも時空多様体の計量テンソル (メトリックテンソル) $g_{\alpha\beta}$ から計算される幾何学量である。Gは 万有引力定数、cは光速度である。添え字  $\alpha\beta$ は、時間 1 次元と空間 3 次元の 4 成分を表し、 $g_{\alpha\beta}$ は、10 個の独立成分 を持つ 4 × 4 の対称テンソルである。また左辺はまとめて、

$$G^{\alpha\beta} = R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg^{\alpha\beta}$$

と書き、 $G^{\alpha\beta}$ はアインシュタインテンソルと呼ばれる。アインシュタインテンソルとc = G = 1ユニットを採用してアインシュタイン方程式をまとめると、

$$G^{\alpha\beta} = 8\pi T^{\alpha\beta}$$

の形になる。重力が無ければ時空は平坦となるので、弱い重力場は時空がほぼ平坦になっている。この時空は、時空の計量テンソル  $g_{\alpha\beta}$  がミンコフスキー時空の計量テンソル  $\eta_{\alpha\beta}$  からわずかにずれていて、

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}$$

で表される。この計量テンソルを  $G^{\alpha\beta}$  に代入して  $h_{\alpha\beta}$  の1次のオーダーの項だけを残して整理する、と弱い重力場でのアインシュタイン方程式、

$$\bar{h}^{\alpha\beta} = -16\pi T^{\alpha\beta}$$

が導かれる。この式を線形理論のアインシュタイン方程式という。真空中 $(T^{\alpha\beta}=0)$ では、

$$\bar{h}^{\alpha\beta} = 0$$

となり、

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \right)\bar{h}^{\alpha\beta} = 0$$

の形をとる。これは明らかに波動方程式である。重力波も光速で進む横波であることが分かる。

#### 2.1.2 重力波の放射

天体からの重力波は、四重極の時間変化によって発生し、時空の計量の変化が波として伝播する。重力波源の物体の 運動が遅いと仮定すると四重極公式は、

$$h_{ij}^{TT} = \frac{r}{2} \ddot{\mathcal{F}}_{ij}^{TT} (t-r)$$

となる。ここで、 $I_{ij}$ は四重極モーメントのトレースレス部分で、

$$H_{ij} = \int_{\Sigma} \left( x_i x_j - \frac{1}{3} f_{ij} r^2 \right) \rho d^3 x$$

となり、ドットは時間 t による微分、TT はトランスバーストレースレスゲージを表している。 重力波の振幅を無次元量 h とすると、重力波の振幅を四重極公式から見積もると、その大きさは、

$$h = \delta_I \left(\frac{R}{D}\right) \left(\frac{GM}{c^2 R}\right) \left(\frac{v^2}{c^2}\right)$$

で与えられる。 $\delta_I$  は星の非球対称性の度合い、D は重力波源までの距離、M は重力波源の静止質量、R は重力波源の 半径、v は重力波源の移動速度である。上式から、四重極の M/R の値が大きいほど重力波の振幅が大きくなることが 分かる。また変化の速さが光速に近いほど振幅は大きくなる。例えば、ブラックホールや中性子星等の高密度天体から なる連星が、互いの周囲を回っているときなどは、強い重力波が出ると考えられている。また、超新星爆発や銀河どう しが衝突して銀河中心部のブラックホールに星やガスが落下する際にも、強い重力波が発生すると考えられている。し かし、重力波による空間の伸び縮みは非常に小さく、我々の銀河系の位置で中性子星が合体するようなことが起こって も、地球で1mの長さが伸び縮みする量は、 $10^{-18}$ m 程度に過ぎない。

#### 2.2.1 重力波の検出

重力波の存在を間接的に初めて証明したのが、1974年に最初に観測された連星パルサーPSR1913+16の観測である。 2つの中性子星が互いの周りを回ると、重力波が発生するはずである。そして、その反作用で連星系のエネルギーが失 われ、連星の軌道が縮んで、公転周期が短くなるはずである。PSR1913+16の観測で、実際に重力波によってもたらさ れる公転周期の短縮が確認された。しかし、重力波はまだ直接には観測されていない。PSR1913+16 からは振動数が 0.071mHz の重力波が放出されているはずであるがそれを直接検出したわけではない。PSR1913+16 は今から 3 億年後 に合体して強い重力波源になると考えられている。遠くのものは暗くて見えず、パルサーの電波ビームがこちらを向い てないものも見えないことを考慮すると、全部で我々の銀河中に約3000個程度の連星中性子星が存在すると推定され る。連星中性子星合体までの平均時間を3億年とすると、我々の銀河では10万年に1回程度、連星中性子星の合体が起 こる。宇宙にはたくさんの銀河があることから、近くの約10万個の銀河を重力波で観測していれば1年に1回程度、連 星中性子星の合体を重力波で観測できるはずである。合体3分前には両星の距離は500kmで、重力波の振動数は20Hz である。その後 2500 回転ほどしてブラックホールになる。最終的な重力波の振動数は 3kHz であるが 3 分間に重力波の 振幅は大きくなる。これはチャープシグナルと呼ばれている。最後の3分間では重力波の振動数が20Hzから1000Hz 程度まで変化する。この時、期待される重力波の振幅は、距離 dが我々の銀河内 ( $d \sim 10 
m kpc$ ) なら最大で  $h \sim 10^{-18}$ 、銀 河が 100 個程度存在する、おとめ座銀河団  $(d \sim 20 \mathrm{Mpc})$  までなら最大で  $h \sim 10^{-21}$ 、宇宙の果て  $(d \sim 3 \mathrm{Gpc})$  なら最大で 10<sup>-24</sup>となる。銀河の個数は、体積に比例して増えるから、10万個の銀河を視野に入れて、年1回の連星中性子星合体 を観測するには、 $d \sim 200 \text{Mpc}$ 、 $h \sim 10^{-22}$ 程度の重力波を検出できる重力波検出器が必要であることが分かる。

#### 2.2.2 レーザー干渉計型重力波検出器

現在の主流であるレーザー干渉計型重力波検出器の検出原理について述べる。光源からのレーザー光は、ビームスプ リッターで2つに分けられる。分けられたレーザー光は端の鏡で反射してまたビームスプリッターに戻って来る。ここ で両腕の長さを等しくすると、ビームスプリッターを同時にでたレーザー光はビームスプリッターに同時に戻って来る。 このようにしておいた時に重力波が来ると、光路長の変化がアームの方向によって変化するためレーザー光は同時に戻っ てこないことを示せる。時間のずれはhに比例するが、位相の違う2つのレーザー光は干渉するので、この干渉縞の干 渉パターンを見ればどんな波形と振幅hの重力波がやって来たかわかる。すでに世界では、基線長数キロメートルに及 ぶレーザー干渉計が稼動中である。干渉計に打ち込むレーザーの実行パワーを上げること、各種雑音(レーザーの周波 数雑音、レーザーの強度雑音、振り子や鏡などの検出器における熱振動による熱雑音、地面振動雑音)を抑えることで 今後さらに感度を向上させていく計画がすすんでいる。

レーザ干渉計型重力波検出器には次のようなものがある。

- LIGO、Advanced LIGO(米国ワシントン州ハンフォード、ルイジアナ州リビングストーン) これまで 5 回の 期間に渡り観測を行なった。略称 LIGO は Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory のこと。腕の 長さは 2009 年には感度向上を狙い、Advanced LIGO を計画中である。
- GEO600(ドイツのハノーバー) 腕の長さ 600mの英独の共同プロジェクト。LIGO との共同観測も行って いる。
- VIRGO(ピサの郊外) 仏伊の共同のプロジェクトで 3km のレーザー干渉計。プロジェクト名の由来は乙女 座(VIRGO)銀河団からの重力波を検出することから。
- DECIGO(計画中) DECi hertz Interferometer Gravitational wave Observatory の略称。一辺の腕の長さは 1000km。

#### 日本にあるものとして次のものがある。

- TAMA300(日本多摩地区) 腕の長さ 300mの干渉計。
- LCGT(日本)(計画中) Large scale Cryogenic Gravitational Wave Telescope の略称。鏡を低温に冷やすことで感度の向上を狙う 3km クラスのレーザー干渉計である。

宇宙空間に打ち上げられるものとして次のものがある。

• LISA(宇宙空間)(計画中) Laser Interferometer Scope Antennaの略称で、米国と欧州の共同プロジェクト である。干渉計は地面振動を避けるため、宇宙空間の地球の太陽を周る軌道上に腕の長さ 500 万 km の三角形の 干渉計を作るというもの。2011 年に打ち上げ予定。重力波源として確実なのは、白色矮星の連星等。

2.2.3 共鳴型重力波検出器 (Bar Detectors)

共鳴型重力波検出器の原理は、弾性振動子に外力として加えられる重力波によって引き起こされる振動を検出すると いうものである。特徴は、レーザー干渉計に比べて非常に単純なので安定した連続運転が可能でなことである。原理的 には、振動子の共振点付近(振幅が最大になるところ)にのみ感度を持つため観測帯域が狭いが、連続波を検出すると きには逆に利点になる。現在は重さ数トン程度のアルミ合金製アンテナを熱雑音を抑えるためにヘリウム温度にしてい るが、さらに低温に下げることや質量を増やすことが必要になっている。例として、Allegro、Auriga、Explorer といっ たものが挙げられる。

2.2.4 パルサータイミング (Pulsar Timing)

電波パルサー自身を重力波の検出器にするものである。天然の超高精度時計であるパルサーの周期が地球に届くまで に重力波によって変動されるのを測定する方法である。例えば PSR1937+21 の自転周期は、1.5578064688197945[ms] と正確に決まっている。もし重力波が存在すれば、電波パルスの到着時間の揺らぎとして重力波の信号が残る可能性が ある。問題としては、伝播途中のプラズマの影響が大きいことである。

#### 2.2.5 ドップラートラッキング (Ranging to Spacecraft)

地球とスペースクラフト(宇宙船、人工衛星)間の距離が重力波によって変動するのを、電波の往復を利用して重力 波を測定する方法である。問題点は、使用する原子時計の精度で感度が決定してしまうことである。

2.2.6 重力波の周波数と検出法のまとめ

重力波源	周波数	検出方法
中性子星の形成	$500 \sim 1 \mathrm{kHz}$	地上レーザー干渉計、共鳴型検出器
ブラックホールの形成	$\leq 1 \mathrm{kHz}$	地上レーザー干渉計
パルサー	$1 \sim 1 \mathrm{kHz}$	地上・月面レーザー干渉計、共鳴型検出器
連星中性子星の合体	$10 \sim 1 \mathrm{kHz}$	地上レーザー干渉計
連星の軌道放射	1Hz 以下	宇宙レーザー干渉計
大質量ブラックホール	$\sim 1 \mathrm{mHz}$	宇宙レーザー干渉計、ドップラートラッキング
背景重力波	$10^{-7} \mathrm{Hz}$	パルサータイミング

#### 2.3 干渉計における雑音

干渉計が期待される感度を実現するにはたくさんの雑音を克服しなくてはいけない。雑音は大きく分けて以下の4つである。

- 光源:散射雑音、周波数雑音、強度雑音、輻射ゆらぎによる反跳雑音、 ビームシッター雑音
- 熱雑音:振り子、鏡やワイヤーの弾性振動雑音
- 外来雑音:常時微動、地震、人工雑音
- その他:光路の屈折率揺らぎ、量子論的不確定性、電磁波、宇宙線

これらの雑音を取り除くことは、重力波検出の際に大変重要になる。レーザー干渉計型重力波検出器では、振り子状に 吊るされた鏡の間の距離変化をレーザー干渉計を使って精密に測定することで重力波を検出するものであるが、干渉計 の鏡のひとつひとつは、それぞれ主に地面振動と熱振動の2つの要因によって振動している。これらの振動によって重 力波検出器の信号対雑音比 (Signal-to-Noise-ratio、SN比)を悪化させる主な原因になっている。よって、地面振動や熱 振動による鏡の振動を可能な限り小さくすることは重力波検出器の設計にとって非常に重要である。

#### 2.3.1 地面振動雑音

地面振動による影響は干渉計に組み込まれた防振系の性能と設置場所での地面振動の大きさによって決まる。地面振動には、大きな揺れ(有感地震)のものから体に感じない揺れ(無感地震)の他にも、定常的な微小振幅の振動が存在する。このような定常的な振動を常微動という。重力波検出器の定常的な性能に影響を与えるのはこの常微動である。以下、地面振動というときはこの常微動を指す。地面振動の典型的なスペクトルは

$$x_{seismic} = 10^{-7} \left(\frac{1 \text{Hz}}{f}\right)^2 \left[\text{m/}{\sqrt{\text{Hz}}}\right]$$

という形の逆2乗則が成立することが知られている。ここで *f* は周波数である。TAMA300 が設置してある神岡高山は、 地盤が固く振動が小さいため,重力波検出において有利である。

#### 2.3.2 熱振動雑音

実際の検出器は有限温度の熱浴に接しているため、さまざまな部分で熱雑音の影響を受ける。熱振動を抑えるには鏡や振り子を冷却する。日本で建設が計画されている LCGT では、熱雑音 (鏡の弾性振動、振り子の熱振動)を抑えるために鏡の特性 (質量、熱伝導性、大きさ、形状) や伝導冷却のためのワイヤの特性、冷却器の性能および光の吸収による発熱などを考慮して 20K まで冷却している。

#### 2.3.3 レーザーによる雑音

重力波検出では可干渉性、単色性の良いレーザー光を検出器の光源とすることで、重力波が到達した場合の位相の変 化を読み取ることが可能となる。しかし重力波による空間のひずみは微小であるため、重力波以外の原因による位相変 化(雑音)をすべて取り除いた状態で干渉計を稼動させる必要がある。レーザー自身が持つ雑音源として挙げられるのは 散射雑音、輻射圧雑音、周波数雑音、強度雑音、ビームジッタ雑音である。このうち、散射雑音、輻射圧雑音は信号自 身が持つ量子的な雑音ですべての雑音を取り除いた場合でも残ってしまう雑音である。ビームジッタ雑音は、レーザー 自身の微小振動による雑音である。散射雑音は検出器にくる光子の数(強度、明るさ)が光子の不確定性により一定に ならないため、強度の揺らぎが生じて、干渉縞の位相がずれる雑音である。散射雑音を減らすためには干渉計内部での レーザーパワーを上げる、つまりレーザーの光子の数を増やせばよいことが知られている。しかし、レーザーが高出力 になるにつれて、輻射圧雑音(光子により揺らされる鏡の位相雑音)が大きくなるため、散射雑音、輻射圧雑音の相乗平 均である SQL(Standard Quantum Limit)がレーザーパワーに依存しない最終的な感度を表すことになる。 雑音曲線 (Noise Curve) とは、干渉計の各種雑音スペクトルの2 乗和の平方根を用いて干渉計全体の雑音の推定を行 ないグラフにしたものである。以下の図1は、鏡や振り子の熱振動雑音 (Mirror,Pendulum Thermal Noise)、散射雑音 (shot Noise)、地面振動雑音 (Seismic Noise) のスペクトルのそれぞれの2 乗和の平方根を用いて、Initial LIGO の雑音 曲線の推定を行なったものである。



☑ 1: Initial LIGO Fitting Noise Curve

図1が雑音曲線 (Noise Curve) と呼ばれるものであるが、検出器に入射する重力波の振幅が雑音曲線より上だと、重力波検出ができることになる。図1では、一番感度が良くなる所が100Hz 付近であることが分かる。もし、100Hz でバンド幅を100Hz 取れば、 $h \approx 3 \times 10^{-22}$  程度の重力波を捕らえることができると思われる。これはちょうど、100Mpc(約32万光年) くらいの距離で起きる連星中性子星の合体のときに出る重力波のレベルであるから、地上での観測の可能性は十分高くなる。



☑ 2: Comparing Initial LIGO Fitting Noise Curve and Advanced LIGO Total Noise Curve

図 2 において、Initial LIGO と Advanced LIGO の雑音曲線を比較してみると、 $10^{-2}$  ほど Advanced LIGO の検出の 感度が上がり  $h \approx 3 \times 10^{-23}$  程度の重力波を捕らえることができると思われる。このように検出器の感度を周波数全体 に渡って上げることを Broadband という。干渉計における重力波検出では、各種雑音を極力減少させ重力波検出の感度 を上げることが課題である。 重力波検出の感度を上げるために Narrowband がある。Narrorband とはある特定の周波数帯に対して感度上げることである。



☑ 3: Narrowband(1200Hz,2000Hz)

図3では、感度を上げる周波数幅を50Hzにとり、1200Hzと2000Hzの周波数帯の検出の感度を10<sup>-2</sup>程度上げている。

# 3 中性子星とは

中性子星は、初期の質量  $M = 9 \sim 25 M_{\odot}$  の恒星が進化し、最終的に超新星爆発を起こした後に生成される。ここでは、恒星の進化から中性子星の形成に至るまでを解説する。

# 4 中性子星の形成

## 4.1 恒星の誕生

はじめ、宇宙には星間ガスが存在している。星間ガスの成分は主に水素で、密度や温度は一定で透明である。しかし時間的・空間的なゆらぎがあるため、次第にガスの濃い部分と薄い部分ができていく。薄い部分の密度は  $\sim 0.1$ H 原子/cm<sup>3</sup> で、濃い部分は  $10 \sim 10^3$ H 原子/cm<sup>3</sup> であり、この部分は星間雲と呼ばれる。

ガスが集まって自身の重力によりお互いの引き合う力が強くなると、ガスは収縮する。収縮によって密度が高くなり、 $\rho \sim 10^{-14} {\rm g\cdot cm^{-3}}$ 程度になると、ガス雲の光学的厚さが $\tau = \kappa \rho R = 1$ となって光子の平均自由行程はガス雲の半径 Rと等しくなる。 $\kappa$ は光の吸収係数である。これより高密度の領域では、光子はガス雲の中に閉じ込められる。このように光子を閉じ込めるようになったガス雲を原始星と考える。

原始星は重力エネルギーによって輝いて高温になるが、力学的に不安定であり、星の内部は自由落下に近い力学的時間尺度 *t*f で収縮する。これは次の式で表される。

$$t_{\rm f} = \frac{1}{(32\pi G\rho/3)^{1/2}}$$

この時間尺度は、局所的な熱の輸送の時間尺度

$$t_{
m h} \approx rac{1}{s_{
m r}} \left(rac{\partial s}{\partial \ln T}
ight)_{P} rac{\kappa 
ho r^{2}}{c} \qquad \left(\kappa : \mathcal{H}$$
の吸収係数,  $s_{
m r} = rac{4a}{3} rac{T^{3}}{
ho} : 輻射のエントロピー, a : 輻射密度定数$ 

に比べて短いので、収縮はほとんど断熱的に起きる。

収縮に伴って中心温度と密度は上昇するが、到達しうる温度には星の質量によって制限がある。 $M > 0.08 M_{\odot}$ ならば、中心温度  $T_{\rm c} \sim 10^7 {\rm K}$ となって水素の核融合反応が始まる。自己重力系のガスが核反応を始めたとき、星は主系列星と呼ばれる段階に到達したという。

## 4.2 主系列段階

中心温度  $T_{\rm c} \sim 10^7 {\rm K}$ 、中心密度  $\rho_{\rm c} \sim 100 {\rm g \cdot cm^{-3}}$  程度になると、水素からヘリウムへの変換反応  $4^1 {\rm H} \rightarrow {}^4 {\rm He}$  が始まる。 $M \gtrsim 2 M_{\odot}$ 、 $T_{\rm c} \gtrsim 2 \times 10^7 {\rm K}$ の星では、CNO サイクルによって  ${}^1 {\rm H}$  が  ${}^4 {\rm He}$  にかえられる。水素の原子核反応によってエネルギーを供給している進化の段階は、水素燃焼段階と呼ばれる。

質量の大きな主系列星ほど光度が大きく、 $8M_{\odot} \lesssim M \lesssim 10M_{\odot}$ の星では、光度 L は質量  $M^{3\sim4}$  に比例する。これを 質量光度関係という。核燃焼の段階は重力収縮による進化の段階に比べて寿命が長く、この間は定常状態が続く。水素 核反応の元素の重量比を  $X_{\rm H}$ 、単位質量あたりのエネルギー放出を  $E_{\rm H}$ 、実際に核燃焼が起こる星の (中心部の) 質量の 割合を  $q_{\rm H} \equiv M_{\rm r}/M$  とする。核燃焼によるエネルギー発生率を  $\varepsilon_{\rm H}$  とし、その星全体に対する値を

$$L_{\rm H} \equiv \int_0^M \varepsilon_{\rm H} dM_{\rm H}$$

とすると、化学組成の変化する進化の時間尺度、すなわち主系列星の寿命は次の式で与えられる。

$$t_{\rm H} = \frac{X_{\rm H} E_{\rm H} q_{\rm H} M}{L_{\rm H}} \propto \frac{M}{M^{3 \sim 4}} \sim \frac{1}{M^{2 \sim 3}}$$

水素燃焼の際の単位質量あたりの放出エネルギー  $E_{\rm H} = 6 \times 10^{18} {\rm erg \cdot g^{-1}}$ であり、 $t_{\rm H}$ の値は、 $1M_{\odot}$ で $q_{\rm H} \approx 0.1$ とする と  $10^{10}$ y、 $10M_{\odot}$ で $3 \times 10^{7}$ y 程度である。

## 4.3 重力収縮段階

星の内部の  $10 \sim 30$ %程度の部分で水素が消費され尽くすと、水素の核反応が終了する。ここでヘリウム中心核の質量  $M_2$ の星全体に対する割合を  $q_2 = M_2/M$  とする。 $M \gtrsim 5M_{\odot}$ の星はこの段階で、 $q_2$  と Schönberg-Chandrasekhar 限界  $q_{S-C}$ の関係が

$$q_2 \gtrsim q_{\rm S-C} \approx 0.37 \left(\frac{\mu_{\rm env}}{\mu_{\rm core}}\right)^2$$

となっているので、重力収縮を始める。 $\mu_{env}$ と $\mu_{core}$ はそれぞれ、外層と中心核の平均分子量である。

核反応が終了すると中心部で熱が生み出されなくなるので、外層へ熱が流れて中心部の温度は低下する。すると星は ガス圧でつりあっているために圧力が低下し、ヘリウム核は自己重力のためにゆっくり収縮していき、中心部の温度や密 度は次第に上がっていく。これは中心核の重力収縮段階と呼ばれる。星はこのとき主系列を離れ、巨星への道をたどる。 ヘリウム中心核の重力収縮は、中心核に対する Kelvin の時間尺度

$$t_{\kappa,\mathrm{core}} \approx \frac{GM_2^2}{r_2 L_\mathrm{core}}$$

で進む。 $r_2$ は中心核の半径、 $L_{\rm core}$ は中心核から流れ出すエネルギー流である。この寿命 $t_{\kappa,{\rm core}}$ は主系列段階の寿命より短く、 $5M_{\odot}$ で $2.0 \times 10^6$ y 程度である。

収縮後は一般に、核反応終了時の温度よりも高温になる。

## 4.4 ヘリウム燃焼段階

 $M > 0.3M_{\odot}$ (現実には星風や爆発による質量の外部への放出があるので、 $M > 0.46M_{\odot}$ )であるとき、収縮後の中心温度は  $T_{\rm c} = (1 \sim 2) \times 10^8$ K に到達し、中心密度も  $\rho_{\rm c} \sim 10^3 {\rm g\cdot cm^{-3}}$ と高密になり、ヘリウムの燃焼が始まる。主な反応は

$$3\alpha \rightarrow^{12} C$$
  
 $^{12}C + \alpha \rightarrow^{16} O + \gamma$ 

であり、炭素や酸素が生成される。この段階の単位質量あたりの放出エネルギー  $E_{\rm He} = 5.8 \sim 8.6 \times 10^{17} {
m erg} \cdot {
m g}^{-1}$ なので、 $E_{\rm He} \approx 0.1 E_{\rm H}$ となる。また、光度  $L_{\rm He}$ に関しては  $L_{\rm He} \gtrsim L_{\rm H}$ であるので、ヘリウム燃焼の寿命  $t_{\rm He}$ は

$$t_{\rm He} \sim \frac{E_{\rm He}}{L_{\rm He}} \lesssim \frac{1}{10} t_{\rm H} \left( t_{\rm He} = \frac{X_{\rm He} E_{\rm He} q_{\rm He} M}{L_{\rm He}} \lesssim \frac{0.1 E_{\rm H}}{L_{\rm H}} \sim 0.1 t_{\rm H} \right)$$

すなわち水素の主系列段階の1/10以下である。

## 4.5 ヘリウム燃焼後

ヘリウムが星の中心部で消費され尽くした星は、炭素・酸素の中心核  $(r_1 \sim 0.1 R_{\odot})$ 、ヘリウム層  $(r_2 \sim 0.3 R_{\odot})$ 、および水素の多い外層  $(R \sim 10^3 R_{\odot})$  から成る。ここで、中心核は再び重力収縮段階に入り、前述した現象が繰り返される。炭素・酸素中心核の重力収縮段階が終わると、核反応に必要な温度  $T_c = 6 \times 10^8 \text{K}$  に達して、炭素燃焼段階に入る。主な反応式は以下のように書かれる。

$$^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{23}Na + p$$
  
 $^{12}C + ^{12}C \rightarrow ^{20}Ne + \alpha$ 

炭素燃焼段階では、主に<sup>20</sup>Neと<sup>24</sup>Mgが生成される。

炭素燃焼段階の終了後は、中心核は酸素とネオンから成る。この中心核の重力収縮段階を経て、ネオン・酸素燃焼段階に入る。ネオン燃焼と酸素燃焼はほとんど同じ温度  $T_{\rm c} = 1 \times 10^9 {
m K}$  で起こる。

<sup>20</sup>Ne + 
$$\gamma \rightarrow$$
<sup>16</sup> O +  $\alpha$   
<sup>20</sup>Ne +  $\alpha \rightarrow$ <sup>24</sup> Mg +  $\gamma$ 

ネオン燃焼段階では、主に<sup>16</sup>Oと<sup>24</sup>Mgが生成される。

また、酸素燃焼の主な反応式は

$${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O} \rightarrow {}^{28}\text{Si} + \alpha$$
$${}^{16}\text{O} + {}^{16}\text{O} \rightarrow {}^{31}\text{P} + \text{p}$$

であり、主に<sup>28</sup>Siが生成される。

さらに重力収縮の段階を経てから、ケイ素・マグネシウム燃焼段階に入る。中心温度が $T_{
m c} \approx 3 \times 10^9 {
m K}$ に達すると、 $^{28}{
m Si}$ は次の光分解反応によって $\alpha,p,n$ を放出する。

$$\begin{cases} ^{28}\mathrm{Si} + \gamma \rightarrow \alpha + ^{24}\mathrm{Mg} \\ \\ ^{28}\mathrm{Si} + \gamma \rightarrow p + ^{27}\mathrm{Al} \\ ^{27}\mathrm{Al} + \gamma \rightarrow p + ^{26}\mathrm{Mg} \\ ^{26}\mathrm{Mg} + \gamma \rightarrow n + ^{25}\mathrm{Mg} \\ ^{25}\mathrm{Mg} + \gamma \rightarrow n + ^{24}\mathrm{Mg} \end{cases}$$

また、放出された  $\alpha$  粒子が <sup>28</sup>Si 自身に捕獲されることによって

$$\begin{cases} ^{28}\text{Si} + \alpha \to \gamma + ^{32}\text{S} \\ ^{32}\text{S} + \alpha \to \gamma + ^{36}\text{Ar} \\ \cdots \\ ^{52}\text{Fe} + \alpha \to \gamma + ^{56}\text{Ni} \end{cases}$$
(1)

という反応が起こる。さらに <sup>24</sup>Mg から始まる光分解反応 ( $^{24}Mg + \gamma \rightarrow^{20} Ne + \alpha$ ) なども起こる。ここでは特に 4N 核 が多く形成されるため、 $\alpha$  過程と呼ばれる。また、この過程は反応 (1) を保ちながら、 $^{28}Si$  が減少しつつあるので、準 平衡過程と呼ばれる。

完全に Si が燃え尽きると完全に熱平衡過程が達成されて、e 過程と呼ばれる。 $\alpha$  過程を通じて、ほぼ  $\bar{Z}/\bar{N} = 1$  が保たれるため、これに続く e 過程では  $\frac{56}{2}$ Ni の存在量が最も多くなる。この  $^{56}$ Ni は電子捕獲によって  $^{56}$ Fe に崩壊する。

$${}^{56}\text{Ni} + e^- \rightarrow {}^{56}\text{Co}$$
  
 ${}^{56}\text{Co} + e^- \rightarrow {}^{56}\text{Fe}$ 

4.6 燃焼反応の終了

燃焼が進むと、最終的に鉄から成る中心核が作られる。鉄は核子あたりの結合エネルギーが原子核中で最も大きいの で、原子核反応からこれ以上の核エネルギーを取り出すことができず、燃焼しない。するとエネルギー源がなくなり、 鉄の中心核は重力収縮していき、内部の温度は次第に上昇していく。

内部の温度が $3 \times 10^9$ K 程度以上になると、原子核の熱力学的平衡状態は、 ${}^{56}$ Fe が主である状態から ${}^{4}$ He が主である 状態に移る。すなわち鉄は光分解をして

$${}^{56}\text{Fe} \rightarrow 13^{4}\text{He} + 4n - 124.4\text{MeV}$$

となる。このとき、ヘリウム燃焼以後に放出されたエネルギーと同じ程度のエネルギーを吸うので、星は力学的に不安 定となって爆縮を始める。これが引き金となって超新星爆発が起こるものと考えられる。

#### 4.7 超新星爆発

鉄の光分解による不安定さが原因となる超新星爆発を、II 型超新星爆発という。II 型超新星爆発のエネルギーは 10<sup>51</sup> ~ 10<sup>52</sup>erg に達する。これは進化した星の中心核が持つ程度のエネルギーなので、星の内部構造は大きく変化する はずである。

爆縮が進んで密度が $10^{10}$ g $\cdot$ cm<sup>-3</sup>を超えると、温度も $10^{10}$ Kを超えてヘリウムの光分解が始まる。

$${}^{4}\text{He} \rightleftharpoons 2p + 2n - 28.3 \text{MeV}$$

できた陽子や中性子は電子捕獲し、電子ニュートリノ  $\nu_e$  を発生させる。

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$
  
 $n + e^+ \rightarrow p + \bar{\nu}_e$ 

この反応は p→n→p というサイクルになって、ニュートリノ対を発生させる。

中心核の収縮は、密度が十分大きくなって中性子の縮退圧で重力を支えるようになると停止する。密度が 10<sup>11</sup>g·cm<sup>-3</sup> を超えると、ニュートリノは物質と相互作用して星の内部で止められる。放射されたニュートリノは中心核の比較的外 側の層で止まり、そこに堆積して圧力を及ぼし、爆発に至る。これより上の層は核によって激しく跳ね返されて衝撃波 が発生し、一気に吹き飛ばされる。

## 4.8 I型超新星爆発

連星系の中には、ここまで述べたものと異なるプロセスで超新星爆発をおこすものがある。連星の一方が白色矮星で ある場合、伴星が進化して膨張すると、その外層の一部は白色矮星に降り積もる。白色矮星に物質が蓄積されると中心 の圧力が高まり、核反応が起こって炭素が爆発的に燃えて星全体が吹き飛ぶ。これを I 型超新星爆発という。白色矮星 の内部状態やガスの降着のスピードによっては、燃焼よりも原子核による電子捕獲の方が速く起こり、白色矮星は崩壊 して中性子星になる。

表4にI型とII型超新星爆発の特徴を示す。

#### 表 4: I 型及び II 型超新星爆発の特徴

超新星	I型	II 型
スペクトルの特徴	帯状スペクトル	新星に類似,Hα,Hβの輝線
発生場所	あらゆる型の銀河	渦巻型銀河,特に腕の間(楕円銀河では未発見)
頻度(銀河1個につき)	$0.003y^{-1}$	$0.01y^{-1}$
$M_{pg}$ (絶対写真等級), 光度最高時	-18 <sup>m</sup>	-17 <sup>m</sup>
放出ガスの速度	$1000\sim 3000 \rm km\cdot s^{-1}$	$7000 \mathrm{km \cdot s^{-1}}$
放出されたガスの量	$0.1 M_{\odot}$	$10 M_{\odot}$
放出エネルギー	$10^{48} \sim 10^{49} \mathrm{erg}$	$10^{51} \sim 10^{52} \mathrm{erg}$
エネルギーのモード	光と運動エネルギー	主にガスの運動エネルギー
種族	II	Ι

#### 4.9 中性子星の誕生

中心核の質量が $M_{\rm core} \lesssim 2M_{\odot}$ ならば、バウンスの後にはげしい質量放出があり、重力的に束縛された系が中心部に残り、密度が $10^{15}$ g·cm<sup>-3</sup>程度の中性子星になる。

超新星爆発が起こってその後に中性子星が残るという描像は、観測から見て確かだといえる。しかし理論計算については、多くの科学者が行っているが、爆発に成功したとは言えなかったり、結果があいまいであったりして爆発を示す ことができていない。つまりこれは理論のどこかに欠陥があることを意味する。

## 5 中性子星の性質

## 5.1 基本的性質

#### 5.1.1 質量

中性子星の限界質量は  $1.4 \sim 3M_{\odot}$  といわれている。これより重い場合には重力が中性子の縮退圧に打ち勝って極限まで収縮し、ブラックホールになる。脱出速度は光速の 1/3 に達する。

#### 5.1.2 自転周期

電波パルサーの観測から、中性子星の典型的な自転周期は数 msec~数10sec であると考えられる。また、星のコアの 重力崩壊によって形成されたばかりの原子中性子星では、角運動量輸送の時間尺度よりも重力崩壊の時間尺度の方が短 いため、ほぼ角運動量が保存されることから、より高速に回転している。

連星の場合、自転周期は数 msec~数 sec 程度。

#### 5.1.3 磁場

重力崩壊の際には磁場も保存されることから、中性子星は $10^{12}G$ 程度の磁場を持つと考えられる。実際、 $B \sim 10^{12}G$ 程度の強い磁場を持つ強い磁場を持つ中性子星が自転しており、磁軸と自転軸が平行でない場合、加速された宇宙線粒子や電子が電波を放射し、パルサーとなる。中性子星自身は可視光線を発していないため、パルサーとして実在が確認された。

中性子星の自転エネルギーが電磁的エネルギーに転換され、星の自転が次第に遅くなるのが観測されている。また、  $\Delta \omega / \omega \sim 10^{-6}$ 程度の角速度の飛びで、自転が突然速くなることも観測されており、それはグリッチと呼ばれる。これ は外殻に起こった星振による慣性能率の急激な変化や、中性子星内部の硬い超流体領域における渦糸の移動の協力現象 などで説明される。

#### 5.2 中性子星の構造

中性子星内部の高密度物質の状態により中性子星の構造が決まる。以下で、 $M = 1.4 M_{\odot}$ 、半径 10.6 km の球対称中性子星モデルの構造を外側から述べていく。このモデルの状態方程式は最大質量  $M_{\max} \approx 2 M_{\odot}$  を与える。



図 4: 中性子星の断面図

#### 5.2.1 大気

中性子星の最も外側の厚さ  $\Delta r \approx 1 \text{m}$  程度の部分は、縮退していない通常の原子核や電子が存在している。この大気は非常に熱く、温度は  $10^6$ K 程度である。表面での重力加速度は  $g_0 \approx 1.3 \times 10^{14} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$  程度で (太陽では  $g_0 \approx 2.7 \times 10^4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ 、白色矮星では  $g_0 \approx 10^8 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ )、表層 ( $\rho \leq 10^6 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ) での物質のふるまいは温度と強い磁場に影響されている。

5.2.2 外殻 (outer crust)

大気から少し内部へ進むと、硬いクラストが存在する。クラスト全体の厚さは  $\Delta r \approx 0.9$ km で、密度は  $10^6 \leq \rho \leq 2.4 \times 10^{14}$ g·cm<sup>-3</sup>の範囲である。クラストの外側  $\Delta r \approx 0.3$ km の部分は外殻と呼ばれる。

クラストは原子核でできた固体であり、表面近くでは主に<sup>56</sup>Fe が占める。表5に外殻中の原子核を示す。密度が $\rho \approx 10^7$ 以上になると、電子のフェルミエネルギーが 1MeV を超え、<sup>56</sup>Fe は電子を捕獲して <sup>62</sup>Ni となる。このとき鉄の原子核中の陽子は、電子を吸収して中性子に変わる。密度が大きくなると電子捕獲が進み、系全体のエネルギーは下がり、外殻の最も内側では <sup>118</sup>Kr が存在するようになる。

原子核は格子状になって Coulomb 相互作用のエネルギーを最小限にする。外殻はこれらの原子核と縮退した電子気体のみから成っている。

#### 表 5: 外殻中の原子核

	$ ho_{ m max}( m g\cdot  m cm^{-3})$	原子核	
	$8.1 \times 10^{6}$	$^{56}$ Fe	
	$2.7 \times 10^{8}$	<sup>62</sup> Ni	
	$1.2 \times 10^{9}$	<sup>64</sup> Ni	
	$8.2 \times 10^{9}$	$^{84}$ Se	
	$2.2 \times 10^{10}$	$^{82}$ Ge	
	$4.8 \times 10^{10}$	<sup>80</sup> Zn	
	$1.6 \times 10^{11}$	<sup>78</sup> Ni	
	$1.8 \times 10^{11}$	$^{76}$ Fe	
	$1.9 \times 10^{11}$	$^{124}Mo$	
	$2.7 \times 10^{11}$	$^{122}$ Zr	
	$3.7 \times 10^{11}$	$^{120}$ Sr	
	$4.3 \times 10^{11} (\approx \rho_{\rm drip})$	<sup>118</sup> Kr	
$ \rho_{\text{max}} $ はその原子	核が存在する最大の密度	 夏である。密度が ρ <sub>drip</sub> μ	汄
上になると中性	子ドリップが起きる。この	の部分を内殻と呼ぶ。	

5.2.3 内殻 (inner crust)

クラストの内側  $\Delta r \approx 0.6 \mathrm{km}$  の部分は内殻と呼ばれる。ここには原子核 (格子状) と電子に加え、原子核が中性子ドリップを起こした結果、自由中性子の流体が存在する。

密度が $3 \times 10^{13}$ g·cm<sup>-3</sup>程度になると、Coulomb エネルギーの効果が大きくなり、陽子は原子核中に局在しているよりも中性子の海の中にある方が安定となる。そのため原子核は融けて、中性子物質とよばれる固体になっている。

 $\rho \lesssim 1.5 \times 10^{14} {
m g\cdot cm^{-3}}$ の領域では、中性子の核力の相互作用における引力的な $^1S_0$ 対相関によって、超流動状態が実現していると考えられる。

 $\rho = \rho_{
m nuc} \approx 2.4 \times 10^{14} {
m g} \cdot {
m cm}^{-3}$ になると、中性子は原子核を犠牲にして大量に増え続け、格子も原子核と共に消え、全ての原子核が融ける。

5.2.4 中性子ドリップ

密度が増加するにつれて、電子のフェルミエネルギーが上昇し、陽子の電子捕獲による中性子化が進む。 $\rho_{dr} \approx 4.3 \times 10^{11} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ において、中性子過剰核 (<sup>118</sup>Kr) から自由中性子が外へ漏れ出す。この現象は中性子ドリップと呼ばれる。

中性子の数  $n_n$  や圧力  $P_n$  は密度  $\rho$  に従って上昇する。はじめ、 $\rho = \rho_{dr}$  のときは全体の圧力  $P \approx$  電子の圧力  $P_e \gg P_n$  であるが、 $\rho \approx 4 \times 10^{12}$ g·cm<sup>-3</sup> のとき  $P_n \approx P/2$ となり、さらに  $\rho \gtrsim 1.5 \times 10^{13}$ g·cm<sup>-3</sup> のとき  $P_n \gtrsim 0.8P$  で、最終的 に  $P_n \approx P$ となる。ただし密度の値は、粒子とその相互作用を想定した一般のモデルによる。 $\rho$  が大きくなればなるほ ど、詳細は曖昧になる。

中性子ドリップが進むと、核融合によって原子核の数は減少する。密度  $\rho_{nuc} \approx 2.8 \times 10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ において、原子核はお互いに接触するようになる。それゆえ、縮退した中性子の気体 (または液体) や電子、陽子の混合物を残したまま、原子核は溶けて消滅する。これらの粒子が集中した部分は反応  $n \rightleftharpoons p + e^{-}$ が左右に交換している平衡状態として計算できる。条件は、フェルミエネルギーが  $E_{\text{F}}^{n} = E_{\text{F}}^{p} + E_{\text{F}}^{e}$ を満たし、中性  $n_{\text{e}} = n_{\text{p}}$ であることである。これは  $\rho_{nuc}$ までの広い範囲の  $\rho$  で、 $n_{\text{p}}$  が  $n_{\text{n}}$  の約 1 %以下であることを示す。

#### 5.2.5 外核 (outer core)

 $\rho \gtrsim 2.8 \times 10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ の部分は外核と呼ばれる。外核を構成するのはほとんどが中性子で、陽子や電子、ミューオンが数%含まれており、厚さは数 km といわれる。中性子は超流動を、陽子は超伝導を形成している。 $(2 \sim 8) \times 10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ では、中性子の  $^{3}P_{2}$  および陽子の  $^{1}S_{0}$  による対相関が超流動の原因となる。

中性子の崩壊は電子の Fermi エネルギーによって押さえられている。また、このエネルギーはミューオンの静止質量 を超えているので、負ミューオンが発生する。

5.2.6 内核 (inner core)

数 km の厚さで、中心密度は  $\rho_c \approx 1.3 \times 10^{15} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$  である。標準原子核密度  $\rho_{\text{nuc}} = 2.8 \times 10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$  と比べると、  $\rho_c$  は  $\rho_{\text{nuc}}$  の数倍 ~ 10 倍となる。

 $\rho$ が $10^{15}$ g·cm<sup>-3</sup>を超えると、中性子のフェルミエネルギー $E_{\rm F} = [(p_{\rm F}c)^2 + (m_{\rm n}c^2)^2]^{1/2}$ は次第にハイペロンの最低 質量 ( $\Lambda, \Sigma, \Delta$  など)の静止質量を超えていく。このときハイペロンが現れる。多体力の効いた核子の相互作用や、ハイ ペロンの相互作用についてはよくわかっていない。

 $(\rho \approx 6 \times 10^{15} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ になると、中性子は相対論的に縮退する)

内部の高密度核物質の構成や現象は仮説により異なり、以下の可能性が指摘されている。

- ボーズ凝縮体 (π 中間子,K 中間子) が豊富に存在する。
- $\rho \gtrsim 6 \times 10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ において、核力の引力的相互作用によってパイオンの凝縮が起こり、圧力が低くなる。
- 中性子星物質からクォーク物質へ相転移する。
- 最も中心部の超高密度領域ではクォークからなる超流動体で構成されている。
- $\rho \approx 2 \times 10^{15} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 程度になると、核力の斥力的相互作用によって固化が起こる。

# 6 中性子星の計算

現実的な中性子星モデルを計算する。中性子星は自己重力が高密度物質の圧力で支えられていて、重力は一般相対論のアインシュタイン方程式、圧力は高密度物質の状態方程式で記述される。

## 6.1 球対称モデルの計算

球対称の中性子星を計算する。このような中性子星の構造を計算するのに必要な方程式は以下の通りである。なお、 計算には  $G = c = M_{\odot} = 1$ 単位系を用いる。

6.1.1 アインシュタイン方程式

アインシュタイン方程式

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi T_{\alpha\beta} \tag{2}$$

を、球対称時空のメトリック

$$ds^{2} = e^{\nu}c^{2}dt^{2} - [e^{\lambda}dr^{2} + r^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\phi^{2})]$$
(3)

を用いて書き直す。ここで、完全流体はエネルギー運動量テンソル T<sub>αβ</sub> で表わされて

$$T_{\alpha\beta} = (\varepsilon + P)u_{\alpha}u_{\beta} + Pg_{\alpha\beta} \tag{4}$$

である。流体の運動方程式(5)と連続の式(6)

$$u^{\beta}\nabla_{\beta}(hu_{\alpha}) + \nabla_{\alpha}h = 0 \tag{5}$$

$$\nabla_{\alpha}(\rho u^{\alpha}) = 0 \tag{6}$$

も同様に球対称の場合に書き直す。

静的 $\left(\frac{\partial}{\partial t}=0
ight)$ で球対称 $\left(\frac{\partial}{\partial heta}, \frac{\partial}{\partial \phi}=0
ight)$ な星の重力平衡は、アインシュタインの方程式から導くことができて

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{(m+4\pi r^3 P)(\rho+P)}{r(r-2m)}$$

$$m = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr$$
(7)

と書ける。これを TOV 方程式(Tolman-Oppenheimer-Volkoff eq.) と呼ぶ。

ここから中性子星のモデルが導かれる。それにはまず  $P = P(\rho)$ の形で状態方程式を与え、TOV 方程式 (7) を r = 0 から積分すればよい。なお、r = 0における境界条件は中心密度  $\rho = \rho_c$ 、 $\frac{d\rho}{dr} = 0$ である。

状態方程式は *T* に依存しないため、これらの 2 つの方程式から十分に力学的な構造が得られる。TOV 方程式の *P* を  $\rho$  に置き換えると 2 式は  $\rho$  と *m* を変数に持つ。積分の値が  $\rho = P = 0$  になったとき、表面に達したと考える。すなわち 半径 R = r と質量 M = m(R) が見つかったといえる。

球対称のモデルは、あまり速く回転していない中性子星のよい近似になっている。

次に回転中性子星を計算する。中性子星は回転すると重力波を放出するといわれている。ここではアインシュタイン 方程式を数値的に解く必要がある。

高速回転星を計算するための定式化には、Isenberg-Wilson-Mathews(IWM) formulation を用いる。IWM の定式化 では、4 次元時空を空間的超曲面  $\Sigma_t$  でスライスし、そのある時刻での超曲面で空間メトリックは comformally flat で、  $\gamma_{ab} = \psi^4 f_{ab}$  と仮定する。 $f_{ab}$  は 3 次元空間の flat メトリックで、 $\psi$  は comformal factor である。このときメトリック  $g_{\alpha\beta}$  は、chart{ $t, x^i$ } で

$$ds^2 = -\alpha^2 dt^2 + \psi^4 f_{ij} (dx^i + \beta^i dt) (dx^j + \beta^j dt)$$

$$\tag{8}$$

となる。

各スライスの extrinsic curvature は次で定義される。

$$K_{ab} := -\frac{1}{2\alpha} \partial_t \gamma_{ab} + \frac{1}{2\alpha} \pounds_\beta \gamma_{ab} \tag{9}$$

IWM formulation では、アインシュタイン方程式は超曲面  $\Sigma_t$ の単位法線ベクトル  $n_\alpha$ 方向と  $\Sigma_t$ に接する方向に対し て分解する。その結果、アインシュタイン方程式のうちの 5 成分

$$(G_{\alpha\beta} - 8\pi T_{\alpha\beta})n^{\alpha}n^{\beta} = 0 \tag{10}$$

$$(G_{\alpha\beta} - 8\pi T_{\alpha\beta})\gamma_a{}^\alpha n^\beta = 0 \tag{11}$$

$$(G_{\alpha\beta} - 8\pi T_{\alpha\beta})\left(\gamma^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}n^{\alpha}n^{\beta}\right) = 0$$
(12)

は、5つのメトリックポテンシャル  $\{\psi, \beta^{\alpha}, \alpha\}$  に対する場の方程式として次のように書かれる。

$$\overset{\circ}{\Delta}\psi = -\frac{\psi^5}{8}A_{ab}A^{ab} - 2\pi\psi^5\rho_{\rm H} \tag{13}$$

$$\overset{\circ}{\Delta}\tilde{\beta}_{a} + \frac{1}{3}\overset{\circ}{D}_{a}\overset{\circ}{D}_{b}\overset{\circ}{\beta}^{b} = -2\alpha A_{a}^{b}\overset{\circ}{D}_{b}\ln\frac{\psi^{6}}{\alpha} + 16\pi\alpha j_{a} \tag{14}$$

$$\overset{\circ}{\Delta}(\alpha\psi) = \frac{7}{8}\alpha\psi^5 A_{ab}A^{ab} + 2\pi\alpha\psi^5(\rho_{\rm H} + 2S) \tag{15}$$

物質の source term は  $\rho_{\rm H} := T_{\alpha\beta} n^{\alpha} n^{\beta}, j_{\alpha} := -T_{\alpha\beta} \gamma_a^{\alpha} n^{\beta}, S := T_{\alpha\beta} \gamma^{\alpha\beta}$  で定義される。

流体の運動は corotational 流  $u^{\alpha} = u^{t}k^{\alpha}$  であり、回転 frame の中で静止した状態を仮定する。 $u^{t}$  はスカラー  $u^{\alpha}\nabla_{\alpha}t$  である。ここで  $k^{\alpha}$  はヘリカルベクトル  $k^{\alpha} = t^{\alpha} + \Omega\phi^{\alpha}$  で、 $\Omega$  は回転系の一定の角速度である。回転系の中で流体が静止していることから、流体変数の  $k^{\alpha}$  に沿ったリー微分がゼロとなる。

$$\pounds_k(\rho u^t \sqrt{-g}) = 0, \quad \gamma_a^{\ \alpha} \pounds_k(h u_\alpha) = 0 \tag{16}$$

これより静止質量保存則は自明となり、相対論的なオイラー方程式は積分されて

$$\frac{h}{u^t} = \mathcal{E} = \text{constant} \tag{17}$$

となる。 $\mathcal{E}$ は injection エネルギーである。

#### 6.3 状態方程式

## 6.3.1 ポリトロピック EOS

Polytropic Equation of State とは、 圧力 P と静止質量密度  $\rho$  の関係が

$$P = K \rho^{1 + \frac{1}{n}}$$

であると仮定した状態方程式である。nはポリトロープ指数と呼ばれ、状態方程式の硬さを表す目安になる。化学組成 が一様な星ではnがほぼ一定になると思ってよい。nが小さくなると、その状態方程式はより重い星を支えることがで きる。K は断熱定数で、星の典型的な大きさは K の値によって決まる。

また、ポリトロープ指数を断熱指数  $\Gamma := 1 + 1/n$  でも表す。

$$P = K \rho^{\Gamma}$$

表 6: 状態方程式のパラメータ  $\log(P_0(\rho = 10^{14.7}))$ EOS  $\Gamma_1$  $\Gamma_2$  $\Gamma_3$  $\rho_3$  $\rho_1$  $\rho_2$ AP3 34.392 3.166 3.573 3.281  $10^{14.7}$  $10^{15}$  $10^{17}$ 3.0052.988SLy 34.3742.851 $P_0(\rho = 10^{16})$ EOS  $\Gamma_1$  $\Gamma_2$  $\rho_1$  $\rho_2$  $10^{17}$  $6.36270 \times 10^{38}$ 1.35692  $7.03317 \times 10^{13}$ 3.0 1  $10^{17}$  $2.53304 \times 10^{38}$  $1.23196 \times 10^{14}$ 2 1.35692 3.0  $2.01206\times 10^{38}$  $1.41729\times10^{14}$  $10^{17}$ 2 1.356923.0 $1.59824\times10^{38}$  $1.63050\times10^{14}$  $10^{17}$  $\mathbf{4}$ 1.356923.0 $1.00842\times10^{38}$  $2.15796\times10^{14}$  $10^{17}$ 1.3569253.0 $10^{17}$  $6.51090\times10^{37}$  $1.26879 \times 10^{14}$ C61.35692 2.7

 $(\rho \text{ in g} \cdot \text{cm}^{-3}, P \text{ in dyn/cm}^2)$ 

 $\dot{\mathrm{EOS1}}\sim 5$ は、 $\Gamma$ の値は全て同じで、 $\rho_1,P_0$ のみ変えている。これらの $\Gamma$ と $\rho$ との関係は図 (5),(6)のようになる。

EOS	$P_0(\rho = 8.23)$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\Gamma_3$	$\Gamma_4$	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$ ho_4$
APR	$1.10003 \times 10^{35}$	1.46183	2.20505	2.83982	3.36687	1.26707	2.37330	4.60072	$10^{3}$
$(\rho \text{ in } 10^{14} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}, P \text{ in } \text{dyn/cm}^2)$									

#### 6.3.2 Parametrized Polytropic EOS

中性子星の高密度物質の状態方程式は、様々なモデルが提案されている。区分的なポリトロープで現実的な EOS が 非常によく近似できることがわかっている。Parametrized Polytropic Equation of State では、図??のように密度  $\rho$  を 分けて、区間  $\rho \in [\rho_{i-1}, \rho_i], i = 1, \dots, N$  においてそれぞれ PEOS  $(P = K_i \rho^{\Gamma_i})$  が成り立っていると仮定している。境 界での密度の値は  $\rho_i < \rho_{i+1}$  を満たす。境界での圧力  $P_i$  は、それぞれの  $\rho_i$  において連続でなくてはならない。すなわち

$$K_{\rm i}\rho_{\rm i}^{\Gamma_{\rm i}} = K_{\rm i+1}\rho_{\rm i}^{\Gamma_{\rm i+1}}$$

となる。

計算する際は、現実的な中性子星に適した compactness M/R と PEOS パラメータを与える。PEOS パラメータとしては N 個の { $\rho_i$ ,  $\Gamma_i$ } を実際に数値で与える。K に関しては、任意の  $\rho_0(\rho_1 \leq \rho_0 \leq \rho_N)$  と、それに対応する  $P_0$  を与える ことによってその区間における  $K_i$  を設定し、境界条件からその他の  $K_i$  を求める。

## 6.4 回転中性子星の計算

原始中性子星は非常に高速で回転しているので、変形して三軸不等になり、重力波を放出すると考えられる。高速で回転する中性子星を計算するときは、球対称の計算結果を初期条件としてを与える。状態方程式は表6の数値を与えた。 それぞれの状態方程式を $\Gamma - \rho$ グラフにしたものが、図(5),(6)である。



7 計算結果

# 7.1 球対称星の計算結果



 $\boxtimes$  8:  $M(R)(EOS1 \sim 5)$ 

 $\square$  10: M(R)(C6,APR,AP3,SLy)

compactness  $M/R \in M/R = 0.01, 0.02 \cdots 0.34$  と変化させて積分を繰り返すことにより、 $M = M(\rho_c)$ 、M = M(R) などが得られた。図 7~10 は種々の状態方程式について  $M(\rho_c)$ 、M(R)の計算結果をプロットしたものである。 $M(\rho_c)$ や M(R)の関係は、状態方程式によって大きく変化する。

EOS1~5は1がもっとも堅く、5がもっとも柔らかい状態方程式になっている。図8を見ると、硬い状態方程式1で は半径が小さくならず、質量も大きい。柔らかい状態方程式5では、半径も質量も小さい値となっている。

中性子星の最小質量の値は  $\rho = 10^{14}$ g·cm<sup>-3</sup> あたりの状態方程式に依存するが、 $0.06 \sim 0.1 M_{\odot}$ と考えてよい。最大の質量は限界質量と呼ばれるが、これに対応する中心密度は  $(1 \sim 3) \times 10^{15}$ g·cm<sup>-3</sup> であり、状態方程式がよくわかっていない領域である。

柔らかい状態方程式では、中心密度が大きくなっても質量がそれほど大きくならず、限界質量の値は小さい。硬い状態方程式では、hard coreを持ち、比較的低い密度から斥力となって限界質量の値が大きい。

図 8,10 の各曲線で、ピークより右側では質量が大きくなるにつれて、半径は小さくなっている。質量の増大に従い、 重力が強くなると星はより圧縮され、半径が小さくなる。収縮に従って密度が増大し、その結果縮退圧も高まるので、 より小さな半径で強くなった重力と縮退圧とのつり合いが達成される。ピークより右側は安定な中性子星に対応する。 ピークより左側は、一般相対論効果などによって動的不安定になっている。ゆらぎによって星がわずかに収縮するとゆ らぎが成長し、星は重力崩壊する。

また、 $EOS1 \sim 5$ 、 $M_{ADM} = 1.35$ における中性子星内の質量、密度、圧力、 $\varepsilon$ の分布は図 (11) のようになった。最も



⊠ 11: M=1.35

柔らかい EOS1 では、密度分布が一様に近くなっており、半径 R は大きく、中心密度  $\rho_c$  は小さい。つまり圧縮性が低くなっていることがわかる。

# 7.2 回転星の計算結果

球対称星の結果をもとに、回転している中性子星の計算を行った。M/R = 0.14, 0.17, 0.19, 0.20 とした。 状態方程式 AP3、M/R=0.17 で計算した解は三軸不等になった。



図 12: xz 平面 (左上)、yz 平面 (右上)、xy 平面 (左下) における p/ρの等高線 状態方程式 AP3、M/R=0.17 で計算したものである。等高線は 0.0 から 0.01 毎に引いてある。

#### 7.2.1 回転中性子星からの重力波振幅の検出可能性の検討

今回の研究で我々は、回転する非軸対称的に変形した中性子星から放出される重力波の振幅を四重極公式を用いて計算した。ここでは Shibata,Sekiguchi によって用いられた改良された四重極公式、

$$h_{ij}^{TT} = \frac{2}{r} \ddot{\mathcal{F}}_{ij}^{TT} (t-r)$$
$$\mathcal{F}_{ij} = \int_{\Sigma} \left( x_i x_j - \frac{1}{3} f_{ij} r^2 \right) \rho u^{\alpha} dS_{ij}$$

を用いた。以下の図は回転する非軸対称的に変形した中性子星から放射される重力波の重力波振幅の計算結果をLIGOの雑音曲線のモデルと比較したものである。重力波の振幅の見積もりの条件として、中性子星の質量は  $1.37M \odot$ 、M/Rの値は 0.17、中性子星までの距離は 30 Mpc、300 Mpc の 2 種類を採用し、観測時間を 30 秒とした。この観測時間は、原始中性子星において非軸対称な変形が保たれる時間程度であり、その間に放出される重力波のサイクル数を Nとすると、実効的な重力波振幅が  $\sqrt{N}$  倍される。雑音曲線は Initial LIGO と Advanced LIGO の雑音曲線を用いて比較した。

このような非軸対称変形は、原始中性子で起こると考えられている。原始中性子星は、超新星爆発の後にできると考えられている。超新星爆発が発生する頻度は、地球からの距離が30Mpc内の宇宙空間では、1週間に1回程度、300Mpc内では、1日に80回程度である。図より、重力波の振幅が雑音曲線より上にあるため、重力波の観測は理論上可能と思われる。また、2kHz帯に最適化されたNarrowBandを用いると、原始中性子星からの重力波観測の可能性がさらに大きくなることが分かる。



# 7.3 今後の課題

高速回転により非軸対称変形中性子星が重力波を放射することができる。このような高速回転状態になる可能性があ るのは、重力崩壊する鉄のコアの角運動量を保存したまま収縮して形成された直後の中性子星(原始中性子星)である。 しかしながら今回の計算では、中性子星が収縮しないモデルを考えた。中性子星が収縮すると、そこから放出される重 力波の周波数や振幅は時間によって変化する。そのため、重力波の周波数や振幅の変化も考慮した重力波の理論的的な 波形のモデルを作ることが必要になる。そして、観測された重力波の波形と理論上の重力波の波形をかけて積分するこ とによって、実効上のシグナル(重力波振幅)を上げる。このデータ解析の手法を、Matched Filtering という。今後は、 時間的に振動数が変化する、より現実的な重力波のスペクトルのモデルを作り、重力波の検出可能性を検討することが 必要である。

# 参考文献

- [1] 中村卓司・三尾典克・大橋正健:重力波をとらえる(京都大学学術出版会.1998)
- [2] シュッツ (江里口良治・二間瀬敏史 訳):相対論入門 上 (特殊相対論)・下 (一般相対論)(丸善株式会社.1993)
- [3] 平川浩正:相対論(共立出版株式会社.1971)
- [4] 坂下志郎・池内了:宇宙流体力学(新物理学シリーズ 30. 培風館.1996)
- [5] 湯川秀樹・林忠四郎・早川幸男:宇宙物理学(現代物理学の基礎11. 岩波講座.1978)
- [6] 北村正利:連星-測光連星論-(宇宙物理学講座第2巻.ごとう書房.1992)
- [7] 桜井邦朋:高エネルギー宇宙物理学(朝倉出版.1990)
- [8] 柴崎徳明:中性子星とパルサー (NEW COSMOS SERIES 6. 培風館.1993)
- [9] 日本物理学会:アインシュタインと21世紀の物理学(日本評論社.2005)
- [10] Keita Kawabe for the LIGO Scientific Collaboration: "Status of LIGO" (Journal of Physics: Conference Series 120(2008)032003)
- [11] Scott A.Hughes: "Tuning gravitational-wave detector networks to measure compact binary mergers" (PHYSICAL REVIEW D VOLUME66, 102001(2002))
- [12] George M.Harry, Jsnet L.Houser, Kenneth A.Strain:"Composition of advanced gravitational-wave detectors" (PHYSICAL REVIEW D VOLUME65,082001(2002))
- [13] F.Gustafson, D.Shoemaker, K.Strain, R.Weiss:"LSC White Paper Detector Reserch and Development" (11 September 1999-LIGO T990080-00-D)
- [14] Dong Lai, Stuart L.Shapiro:"GRAVITATIONAL RADIATION FROM RAPIDY ROTATING NASCENT NEU-TRON STARS" (THE ASTROPHYSICAL JOURNAL,442:259-272,1995 MARCH 20)
- [15] Patrick R.Brady, Teviet Creighton, Curt Cutler, Bernard F.Schutz: "Serching for periodic sources with LIGO" (PHYSICAL REVIEW D, VOLUME 57, NUMBER 4,15 FEBRUARY 1998)
- [16] R.Kippenhahn, A.Weigert: "Stellar Structure and Evoluton", Springer-Verlag(1990)
- [17] Ingrid H.Stairs: "Pulsars in Binary Systems: Probing Binary Stellar Evolution and General Relativity" (2008)
- [18] Jocelyn S. Read, Benjamin D. Lackey, Benjamin J. Owen, and John L. Friedman: "Constraints on a phenomenologically parameterized neutron-star equation of state", arXiv:0812.2163v1[astro-ph](2008)
- [19] Xing Huang, Charalampos Markakis, Noriyuki Sugiyama, and Koji Uryu: "Quasi-equilibrium models for triaxially deformed rotating compact stars", arXiv:0809.0673v1[astro-ph](2008)
- [20] Gordon Baym, Christopher Pethick, and Peter Sutherland: "THE GROUND STATE OF MATTER AT HIGH DENSITIES: EQUATION OF STATE AND STELLAR MODELS", APJ 170(1971)
- [21] Stuart L.Shapiro, Saul A.Teukolsky: "Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars", John Wiley and Sons(1983)
- [22] Heger, A., C. L. Fryer, S. E. Woosley, N. Langer, and D. H. Hartmann: "HOW MASSIVE SINGLE STARS END THEIR LIFE", APJ 591(2003)
- [23] Martin Harwit: "Astrophysical Concepts", Springer-Verlag(2006)